La FFJM fête ses 20 ans et son 100ème questionnaire

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

<u>Question CE</u> : Ajoutez tous les nombres placés dans les cases grisées (= vertes pour une impression en couleur) formant le « 2 » du « 20 ». Combien trouvez-vous ?

<u>Question CM</u> : Le « 2 » du « 20 » peut avoir un centre de symétrie si on supprime le gris sous une seule de ses cases. Prenez le nombre de cette case, multipliez-le par tous les nombres placés dans les cases blanches à l'intérieur du zéro de « 20 » : quel est le chiffre des unités du résultat ?

<u>Question C1</u> : Le « 20 » est en réalité dessiné sur un papier calque qu'on peut bouger horizontalement ou verticalement au-dessus du tableau des 100 nombres, sans le tourner, en veillant à le superposer parfaitement aux cases et sans les déborder. Quel est le plus grand total des nombres écrits sous les chiffres du « 20 » qu'on puisse obtenir ?

<u>Question C2</u> : Reprendre la question C1, mais avec possibilité de tourner le calque, sans le retourner.

<u>Question L1</u> : Le calque a été déplacé comme dans la question C1, et n'a pas été tourné. Le total des nombres écrits sous le « 0 » grisé est 1088. Quel est le total des deux cases extrêmes dans l'écriture du « 2 » ?

<u>Question L2</u> : Le calque a été déplacé comme dans la question C1, et n'a pas été tourné. La forme du « 20 » est à l'intérieur d'un carré de 7 x 7 cases, le produit des quatre nombres situés aux sommets est 4927129. Quel est le nombre écrit dans la case par laquelle on commence l'écriture du « 2 » vers le haut à gauche?

<u>Question GP</u> : Le « 20 » est inscrit dans un carré de 7 x 7 cases ayant plusieurs axes de symétrie. Le carré ayant été déplacé, mais n'étant pas tourné, le total des nombres différents rencontrés sur tous ces axes (limités au contour du carré) est 1650. Calculez le total des nombres écrits sur les cases blanches intérieures au carré.

<u>Question HC</u> : Le calque carré dans lequel est inscrit le « 20 » est retourné, mais non tourné, et placé en une position où le total des nombres grisés est 1597. Quel est le nombre écrit au centre du carré ?

Solutions.

CE : total 581.

CM : la case 22 est celle à blanchir pour que la case 43 soit centre de symétrie du « 2 ».
Le chiffre des unités est donné par 2x7x7x7x7x7, c'est donc un 4.

C1 : en calant le calque en bas à droite, le total est 1993.

C2 : en calant le calque en bas à droite, tourné de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, le total est 2042.

L1 : Le « 0 » a un centre de symétrie, on peut associer les nombres par deux positions symétriques par rapport à ce centre. Le total des nombres du « 0 » est alors 2x8 = 16 fois la case centrale. Comme 1088 : 16 = 68, on a la case centrale du « 0 » qui est 68. Les cases extrêmes de l'écriture du « 2 » sont alors 33 et 95, dont le total est 128.

L2 : soit x le nombre de la case qui est le sommet en haut à gauche du carré dans lequel est écrit le « 20 », les quatre sommets ont pour valeurs x, x+6, x+60, x+66.
On remarque que $x(x+66) = x^2+66x$, et que $(x+60)(x+6) = x^2 + 66x + 360$.
Si on pose $A = x(x+66)$, le produit des quatre nombres est $A(A+360)$.
On résout $A^2 + 360A - 4927129 = 0$ qui donne la solution positive $A = 2047$.
On résout $x(x+66) = 2047$ soit $x^2 - 66x - 2047 = 0$ dont la solution positive est $x = 23$.
Le nombre par lequel l'écriture du « 2 » commence est x + 10 donc c'est 33.

GP : soit x le nombre écrit au centre du carré. Le total des nombres d'une diagonale est 7x, le total sur l'autre diagonale est 6x (on ne recompte pas le centre), et le total de chaque axe horizontal ou vertical est 6x aussi. En tout on obtient 25x. Comme 1650 : 25 = 66, la case centrale contient le nombre 66.
Le total des cases blanches est (19x+17) ce qui fait 1271.

HC : Le « 20 » retourné donne « 05 ».
Soit x le nombre en haut à gauche du « 0 », on obtient un total de (16x+496) pour le « 0 », de (14x+471) pour le « 5 », et donc (30x+967) en tout.
Comme 1597 –967 = 630 on trouve x = 630 : 30 = 21.
Le centre du carré correspond à x + 33 donc ici 21+33 = 54.