FINALE du 26^{e} Championnat 23 août 2012

DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

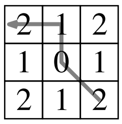
1. AVEC CINQ CARTES (coefficient 1)

On dispose de cinq cartes numérotées de 1 à 5.

1	2	3	4	5

Placez les cartes (une par case) sur la deuxième ligne du tapis représenté en gris de façon que quatre d'entre elles aient un numéro plus grand que le nombre écrit dans la même colonne sur la première ligne.

2. LA GRILLE DE L'ANNÉE (coefficient 2)



Dans cette grille, on peut lire horizontalement de gauche à droite ou de droite à gauche, verticalement de haut en bas ou de bas en haut, en diagonale en montant ou en descendant et en changeant de direction, mais sans jamais passer deux fois sur la même case.

Combien existe-t-il de façons différentes de lire 2012, y compris celle représentée sur le dessin ?

3. LE B.A.-B.A. DES MOTS CROISÉS (coefficient 3)

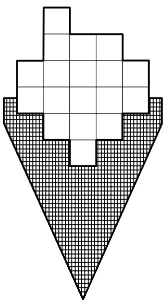
A	B	
		A

Une fois remplie, cette grille de mots croisés contient six mots de trois lettres : trois qui se lisent horizontalement de gauche à droite, et trois qui se lisent verticalement de haut en bas. Ces 6 mots n'utilisent que les lettres A et B, et ils sont tous différents les uns des autres.

De plus, le mot "AAA" n'apparaît pas.

Finissez de remplir la grille.

4. LE CORNET DE GLACE (coefficient 4)



La figure représente la glace placée dans un cornet de glace.

Il y a 3 parfums différents représentés par des parties superposables, éventuellement après retournement recto verso.

Découpez la glace en trois selon les lignes du quadrillage.

5. L'ASCENSEUR DE LA TOUR (coefficient 5)

L'ascenseur d'une tour ne peut pas contenir plus de 7 personnes. Il arrive vide au rez-de-chaussée et plusieurs personnes rentrent dans l'ascenseur. En montant, l'ascenseur s'arrête successivement aux 18^{e}, 27^{e} et 36^{e} étages : chaque fois, le nombre de personnes qui sortent de l'ascenseur est exactement le double du nombre de personnes qui y rentrent.

Puis l'ascenseur continue de monter pour s'arrêter enfin au 45^{e} étage : une personne sort et il repart vide.

Sachant que le nombre total de personnes qui sont sorties de l'ascenseur (aux quatre étages précités) n'est pas premier, **quel est le nombre de personnes qui étaient rentrées dans l'ascenseur au rez-de-chaussée ?**

Note : Un nombre premier est un entier naturel plus grand que 1 qui admet exactement deux diviseurs distincts entiers et positifs, 1 et lui-même : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19…

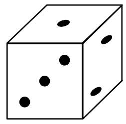
FIN CATÉGORIE CE

6. SOMMES AU SOMMET (coefficient 6)

La figure représente un dé usuel :

- les faces sont numérotées de 1 à 6 ;
- la somme des nombres sur deux faces opposées est toujours 7.

A chaque sommet, on calcule la somme des nombres sur les trois faces qui s'y rejoignent.



En particulier, on peut obtenir 1 + 2 + 3 = 6 et 4 + 5 + 6 = 15.

Entre 6 et 15, quelles sont les deux sommes qu'il est impossible d'obtenir ?

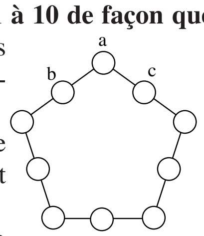
7. LE CARRÉ SUPER-MAGIQUE (coefficient 7)

Vous devez écrire un nombre dans chacun des petits carrés formant le carré 3 × 3 de façon que :

- sur chaque ligne et sur chaque colonne, le produit des trois nombres soit toujours 144 ;
- dans chaque carré 2 × 2, le produit des quatre nombres soit toujours égal à 6 × 144.

8. LE PENTAGONE MAGIQUE (coefficient 8)

Ecrivez dans les cercles les nombres de 1 à 10 de façon que, sur les cinq côtés de la figure, la somme des trois nombresécrits dans les cercles soit toujours la même, et la plus petite possible.



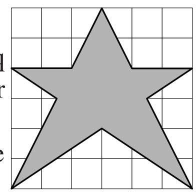
La figure est orientée de façon que le nombre écrit dans le cercle (a) tout en haut soit le plus grand des cinq sommets.

Et elle est éventuellement retournée recto verso de façon que le nombre écrit dans le cercle (b) en haut et à gauche soit plus petit que celui écrit dans le cercle (c) en haut et à droite.

FIN CATÉGORIE CM

<u>Problèmes 9 à 18</u> : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9. ÉTOILE À 5 BRANCHES (coefficient 9)



La figure représente une étoile à cinq branches dessinée sur un quadrillage régulier 6 × 6.

La superficie d'un petit carré du quadrillage est 25 mm^2.

Quelle est, en mm^2 et arrondie au plus près si nécessaire, la superficie de l'étoile (grise sur la figure) ?

10. BISES OU POIGNÉES DE MAINS ? (coefficient 10)

Arthur et Brigitte, qui vivent en couple, ont invité les meilleurs amis d'Arthur, tous des hommes, lesquels sont venus seuls ou en couple (avec une femme).

Chaque homme, y compris Arthur, a échangé une poignée de mains avec tous les autres hommes.

Chaque homme seul a échangé une bise avec chaque femme (y compris Brigitte).

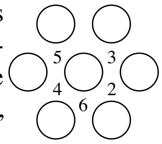
Chaque homme en couple, y compris Arthur, a échangé une bise avec toutes les femmes autres que la sienne.

Chaque femme, y compris Brigitte, a échangé une bise avec toutes les autres femmes.

Au total, il y a eu 63 échanges de bises et 36 échanges de poignées de mains.

Combien de personnes étaient présentes, y compris Arthur et Brigitte ?

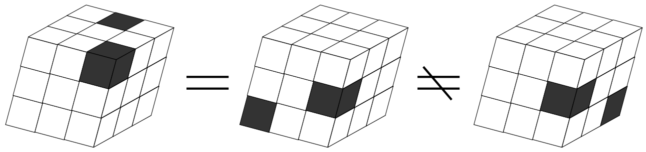
11. MAX + MIN – MILIEU (coefficient 11)
Placez dans chaque cercle un nombre différent, de 1 à 7, de façon que chaque nombre écrit entre trois cercles formant un petit triangle prenne la valeur de l'expression « *Max* + *Min* – *Milieu* », où *Max* est le plus grand nombre, *Min* le plus petit nombre, *Milieu* le troisième et dernier nombre.



Par exemple, si le nombre écrit entre trois cercles voisins est 4, alors 1, 4 et 7 pourraient être placés autour car 7 + 1 – 4 = 4.

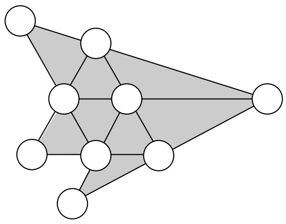
FIN CATÉGORIE C1

12. EN NOIR ET BLANC (coefficient 12)



On dispose de 27 petits cubes identiques en taille.
25 sont colorés en blanc et 2 sont colorés en noir.
Combien de grands cubes 3 × 3 × 3 différents peut-on former en les assemblant ?
Note : Le cube à gauche et le cube au milieu ne sont pas différents, donc ne comptent que pour un, car une rotation dans l'espace permet de passer de l'un à l'autre. En revanche, le cube au milieu et le cube à droite comptent pour deux.
Le centre d'un grand cube peut être occupé par un petit cube coloré en noir.

13. L'AVION FURTIF (coefficient 13)
La figure illustre, vu du dessous, un avion furtif dont le nez se situe à droite.
Chaque cercle représente un nombre différent, de 1 à 9, de moyens de communication discrets.



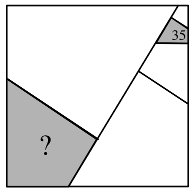
Placez dans chaque cercle ces nombres, de façon que, sur chacun des huit alignements de trois cercles, leur somme soit toujours 16.

14. DE LA TERRE À LA LUNE (coefficient 14)
Un vaisseau va de la terre à la lune, en ligne droite dans l'espace, sans jamais revenir en arrière.
La longueur totale du trajet est 391 613 040 mètres.
Chaque jour, le vaisseau parcourt une distance qui est cette longueur divisée par un nombre entier.
Pour des raisons scientifiques, les distances parcourues chaque jour sont toutes différentes les unes des autres.
Au bout de 5 jours, le vaisseau se trouve à une distance non nulle de la lune : au minimum, en mètres, quelle est-elle ?
Si nécessaire, on arrondira la réponse au plus près.

FIN CATÉGORIE C2

15. COMPTE MOLÉCULES (coefficient 15)
Quincy, Septime et Quassim sont les trois astrophysiciens devenus célèbres en étudiant Math-Planète.
Le nombre de Quincy est le nombre de molécules liquides sur Math-Planète : c'est la somme des puissances 5 des nombres de 1 à 2012 : $1 + 32 + \ldots + 2012^5$.
Le nombre de Septime est le nombre de molécules solides sur Math-Planète : c'est la somme des puissances 7 des nombres de 1 à 2012 : $1 + 128 + \ldots + 2012^7$.
Le nombre de Quassim est le nombre total de molécules sur Math-Planète : comme il n'y a aucune molécule gazeuse, c'est la somme du nombre de Quincy et du nombre de Septime.
Quel est le nombre de chiffres du nombre de Quassim ?

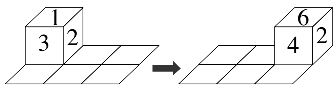
16. LES SIX GEMMES DE SISSI (coefficient 16)
Dans une petite boite à bijoux, carrée, Sissi a rangé ses six gemmes, sans trou ni superposition.
La figure représente le rangement vu du dessus. Les six gemmes sont des quadrilatères tous semblables (leurs angles sont égaux et leurs côtés homologues sont proportionnels).



Dans chaque quadrilatère, il y a deux angles droits (opposés), et chacun des autres angles a ses deux côtés de même longueur. La superficie de la petite surface grise en haut à droite est 35 mm².
Quelle est, en mm² et arrondie au plus près, la superficie de la grande surface grise en bas à gauche ?
Si nécessaire, on prendra 1,414 pour $\sqrt{2}$.

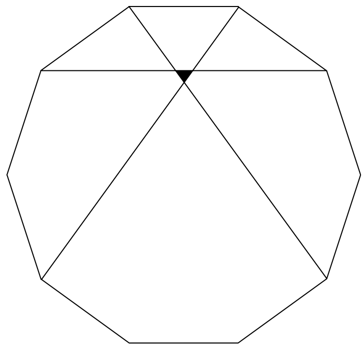
FIN CATÉGORIES L1, GP

17. ROULE CUBE (coefficient 17)
On utilise un dé cubique usuel :
• les faces sont numérotées de 1 à 6 ;
• la somme des nombres sur deux faces opposées est toujours égale à 7.



Au repos, la face non visible au dessous doit toujours recouvrir parfaitement un petit carré du quadrillage régulier 2 × 3 fixe.
Un mouvement consiste à faire rouler le dé en le tournant de 90° autour d'une arête. **Au minimum, en combien de mouvements le même dé peut-il passer de la position de gauche à celle de droite ?**
Note : L'orientation du numéro d'une face (un chiffre sur la figure) n'est pas prise en compte.

18. LE BOUCLIER (coefficient 18)
Le bouclier du chef de Math-Tribu est plat et son bord est un décagone régulier.
Vu de l'ennemi, afin de rejeter le mauvais sort sur lui, trois cordes délimitent un triangle (noir sur la figure) dont la superficie est 21 cm².



Quelle est, en cm² et arrondie au plus près, la superficie du bouclier ?
Si nécessaire, on prendra 0,809 pour cos 36°.

FIN CATÉGORIES L2, HC