Une solution du problème n° 18 des demi-finales du 27ème championnat de la FFJM : "Le chemin de l'école"

Notons d'abord que, dans tous les cas de figure, Mathilde parcourt au moins 140 m., ce qui correspond à une durée de 140 x 3600 / 4500 = 112 sec.

Lorsque Mathilde se présente devant le premier feu, nous distinguerons 4 possibilités (avec leurs probabilités respectives) :

(1) le feu est vert (15/60)
(2) le feu est rouge depuis 0 à 25 sec. (25/60)
(3) le feu est rouge depuis 25 à 40 sec. (15/60)
(4) le feu est rouge depuis 40 à 45 sec. (5/60)

Selon le cas, Mathilde a intérêt à adopter les attitudes suivantes :

(1) Elle traverse au premier feu et la durée du trajet sera de 112 sec.
(2) Elle continue son chemin vers le deuxième feu et lorsqu'elle arrivera au deuxième feu, vu qu'elle parcourt les 100 m. entre les deux feux en 80 sec., le deuxième feu sera rouge depuis 20 à 45 sec. Elle devra donc attendre de 0 à 25 sec. La durée moyenne du trajet sera donc de 112 + 12,5 = 124,5 sec. avec un maximum de 112 + 25 = 137 sec.
(3) Elle continue son chemin vers le deuxième feu et lorsqu'elle arrivera au deuxième feu, ce feu sera vert. Elle n'attendra pas et la durée totale du trajet sera de 112 sec.
(4) Elle continue son chemin vers le deuxième feu. Mais si elle va jusqu'au deuxième feu, ce feu sera rouge depuis 0 à 5 sec. Dans ce cas, pour minimiser l'attente, elle a intérêt à rebrousser chemin dès qu'elle constate que les feux deviennent verts, soit après 0 à 5 sec. La durée moyenne du trajet sera donc de 112 + 5 = 117 sec. avec un maximum de 112 + 10 = 122 sec.

La durée maximale du trajet est donc de 137 sec. Elle doit partir à 8h 27' 43'' au plus tard.

La durée moyenne du trajet est de
[(112 x 15) + (124,5 x 25) + (112 x 15) + (117 x 5)] / 60 ≈ 118 sec.

En moyenne, elle arrivera donc à l'école à 8h 29' 41''.