

DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

**1 – Les animaux de compagnie** (coefficient 1)

Alain, Béatrice, Cindy et Damien possèdent chacun un animal de compagnie différent parmi les suivants : un chien, un chat, un perroquet et un hamster.

Alain dit : « Je n'ai ni un perroquet, ni un hamster ».

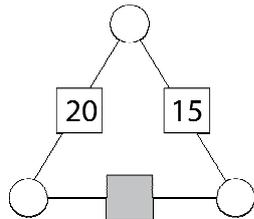
Béatrice dit : « Je n'ai ni un chien, ni un hamster ».

Cindy dit : « Mon chat s'appelle Shadok ».

**Retrouvez l'animal de compagnie de chacun.**

**2 – Le triangle de l'année** (coefficient 2)

Les trois cercles situés aux sommets de ce triangle contenaient chacun un nombre entier plus grand que 1. Sur chaque côté du triangle, on a multiplié entre eux les deux nombres situés aux extrémités et on a inscrit le résultat dans un carré situé au milieu du côté. Quatre nombres ont été effacés sur le dessin.



**Quel nombre figurait dans le carré gris ?**

**3 – Heure palindrome** (coefficient 3)

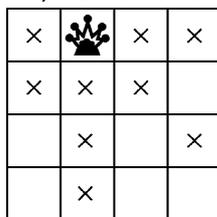
Il est 15:51, heure palindrome (que l'on peut lire de gauche à droite ou de droite à gauche).

**Combien de minutes faudra-t-il attendre avant la prochaine heure palindrome ?**

**4 – La reine d'échecs** (coefficient 4)

Au jeu d'échecs, une reine peut se déplacer d'un nombre quelconque de cases, horizontalement, verticalement, ou en diagonale.

Ainsi sur le mini-échiquier représenté ci-contre, la reine peut atteindre les 9 cases marquées d'une croix, en ne comptant pas la case sur laquelle elle est posée.



Mathias pose une reine d'échecs sur une case d'un échiquier carré vide de 64 cases.

**Combien, au maximum, cette reine pourra-t-elle atteindre de cases, sans compter la sienne ?**

**5 – L'addition** (coefficient 5)

Dans cette addition, les neuf cases rectangulaires contiennent des chiffres tous différents.

Dans chaque colonne, les chiffres des nombres additionnés sont rangés de haut en bas du plus petit au plus grand.

$$\begin{array}{r}
 \boxed{5} \ \boxed{4} \ \boxed{0} \\
 + \ \boxed{\phantom{0}} \ \boxed{\phantom{0}} \ \boxed{\phantom{0}} \\
 + \ \boxed{\phantom{0}} \ \boxed{\phantom{0}} \ \boxed{\phantom{0}} \\
 \hline
 = 2 \ 0 \ 1 \ 5
 \end{array}$$

**Complétez cette addition.**

**6 – La malle d'Amal** (coefficient 6)

Amal transporte trois sortes de pierres précieuses dans sa malle. Au total il y a plus de 70 pierres.

Le nombre d'émeraudes est le triple du nombre de rubis et le quart du nombre de diamants.

**Dans la malle d'Amal, il y a moins de 70 diamants. Combien contient-elle exactement d'émeraudes ?**

**7 – Manque d'espace** (coefficient 7)

La calculatrice de Mathilde affiche les chiffres de 0 à 9 selon la figure ci-dessous.



Mais, suite à une panne, la machine n'affiche plus les espaces entre les chiffres et ceux-ci se collent entre eux. Mathilde a tapé un nombre de 7 chiffres tous différents qui ne contient pas de 1 et sa calculatrice affiche :



**Quel est ce nombre, au minimum ?**

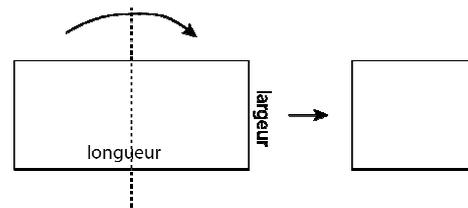
**8 – Saint-Valentin** (coefficient 8)

On a fêté la Saint-Valentin le 14.02.2015. La somme des chiffres de cette date vaut 15. **Combien y a-t-il d'autres dates durant l'année 2015 pour lesquelles la somme des chiffres vaut également 15 ?**

FIN CATÉGORIE CM

*Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez écrire le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une.*

**9 – Le rectangle plié** (coefficient 9)



Un rectangle de papier non carré a des dimensions qui sont des nombres entiers de centimètres. On le plie en deux selon l'axe de symétrie perpendiculaire aux deux plus grands côtés, comme l'indique la figure, qui ne respecte pas forcément les proportions. On obtient ainsi un rectangle de périmètre 15 cm.

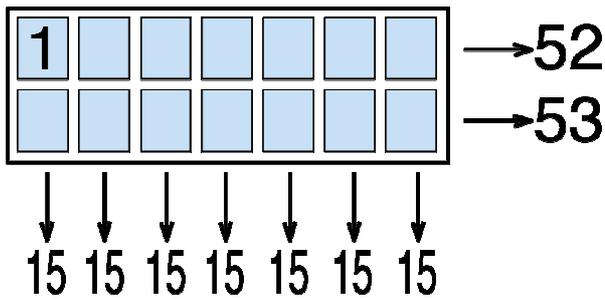
**Quel est le périmètre du rectangle de départ ?**

**10 – Tour de piste** (coefficient 10)

Deux sprinters courent sur une piste d'athlétisme circulaire, chacun gardant une vitesse constante. Ils partent en même temps de la ligne de départ et ils passent de nouveau ensemble la même ligne pour la première fois au bout de 6 minutes. Le plus rapide des deux effectue un tour en 5 secondes de moins que l'autre. **Combien de secondes met le plus rapide pour effectuer un tour de piste ?**

FIN CATÉGORIE CE

### 11 – Les 14 nombres (coefficient 11)



Mathilde veut placer les nombres de 1 à 14 dans le rectangle représenté ci-dessus, à raison d'un nombre par case (le 1 est déjà placé), de telle sorte qu'on obtienne les totaux indiqués, par ligne et par colonne et que les nombres de la ligne du haut soient en ordre croissant.

#### Complétez le rectangle ?

Sur le bulletin-réponse, vous écrirez seulement les 7 nombres de la ligne du haut.

FIN CATÉGORIE C1

### 12 – Huit-parade (coefficient 12)

Sur un cercle on place 8 points qui forment un octogone régulier et on note les chiffres 0, 2, 0, 5, 2, 0, 1, 5, dans cet ordre, sur ces points. En partant d'un chiffre 0, sans lever le crayon, on trace un parcours de sept segments différents qui indique la date de ce jour 0-2-0-5-2-0-1-5. On forme ainsi six angles dont les sommets sont sur le cercle.

Quelle est, au minimum, la somme de ces six angles ?

### 13 – Röstigraben (coefficient 13)

21 adultes et 47 enfants franchissent la Sarine. Ils disposent pour cela d'une barque qui ne peut pas contenir plus de 100 kg. Chaque enfant pèse 40 kg, et chaque adulte 80 kg.

Combien de traversées, au minimum, sont nécessaires pour faire passer tout le monde ?

Attention ! Un aller-retour compte pour deux traversées et il y a toujours une personne dans la barque lorsqu'elle traverse la rivière.

### 14 – Deux produits pour une somme (coefficient 14)

Mathias a trouvé une paire de fractions irréductibles dont les numérateurs et dénominateurs sont des chiffres strictement supérieurs à 4.

Ces deux fractions ont ceci de remarquable que leur somme est égale au double de leur produit.

Quelle est cette paire de fractions ?

Note : Dans une paire l'ordre n'a pas d'importance, par exemple 2 et 3 est la même paire que 3 et 2.

FIN CATÉGORIE C2

### 15 – La boîte de Pandore (coefficient 15)

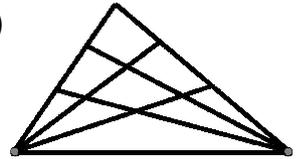
Pandore possède une boîte en forme de parallélépipède rectangle. Elle remarque que les centres des trois faces qui touchent le coin de la boîte sur lequel elle a son doigt forment un triangle dont les côtés mesurent 8, 10 et 12 cm.

Quel est le volume de la boîte, arrondi au mm<sup>3</sup> le plus proche ?

Note : On utilisera si c'est utile  $\sqrt{2} = 1,414$  ;  $\sqrt{3} = 1,732$  ;  $\sqrt{5} = 2,236$ .

### 16 – Eve en taille (coefficient 16)

La figure ci-contre représente deux éventails à 4 branches qui se croisent.



Combien de triangles sont dessinés avec deux éventails à 2015 branches ?

FIN CATÉGORIES L1, GP

### 17 – Champagne ! (coefficient 17)

Une coupe de champagne a la forme d'une demi-sphère de rayon 9 cm. On remplit cette coupe à ras bord, puis on immerge partiellement dans la coupe un parallélépipède rectangle de nickel de dimensions a x b x 10 cm.

Quelles doivent être les valeurs de a et b pour que le volume de champagne restant dans la coupe soit minimal ?

On donnera les réponses en mm et on arrondira au dixième si nécessaire.

Note : On utilisera si c'est utile  $\sqrt{2} = 1,414$  ;  $\sqrt{3} = 1,732$  ;  $\pi = 3,1416$ .

### 18 – Carré palindrome (coefficient 18)

Le plus petit carré palindrome ayant un nombre impair de chiffres strictement supérieur à 1 est 121 = 11<sup>2</sup>, et le suivant est 484 = 22<sup>2</sup>.

Le plus petit carré palindrome ayant un nombre pair de chiffres est 698 896 = 836<sup>2</sup>.

Quel est le suivant ?

FIN CATÉGORIES L2, HC



ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
FÉDÉRALE DE LAUSANNE