

# FINALE INTERNATIONALE du 32<sup>e</sup> Championnat - 30 août 2018

## DEBUT TOUTES CATEGORIES

### 1. LES FRAMBOISES (coefficient 1)

Anne cueille 13 framboises.  
Elle en mange 7 puis elle donne la moitié de celles qui restent à Bernard.

**Combien Anne lui donne-t-elle de framboises ?**

### 2. LA CALCULATRICE DÉFAILLANTE (coefficient 2)

Deux chiffres d'une calculatrice ont été échangés.  
Quand on frappe sur la touche de l'un, la machine calcule avec l'autre et, au lieu d'afficher l'un de ces chiffres, l'écran affiche l'autre (les mêmes chiffres sont échangés à la frappe et à l'affichage).

Voici quelques résultats obtenus :  
«  $9 - 1 = 8$  », «  $8 \div 2 = 4$  », «  $3 \times 5 = 15$  » et «  $4 + 7 = 9$  ».

**Quelle est la somme des deux chiffres échangés ?**

### 3. LES PALINDROMES (coefficient 3)

Un palindrome est un nombre entier égal à lui-même s'il est lu de droite à gauche (par exemple, 33).

Le Mage Hic demande à Paul de choisir, entre 10 et 99, des entiers qui se suivent sans interruption.

**Combien de nombres doit-il lui demander, au minimum, pour être sûr qu'il y ait au moins un palindrome parmi eux ?**

### 4. ENTRE 20 ET 18 (coefficient 4)

En un coup, vous devez ajouter 4 ou diviser par 2.  
Par exemple, en 3 coups, vous pouvez passer de 20 à 18 : 20, 10, 14, 18.

**En combien de coups, au minimum, pourrez-vous passer de 18 à 20 ?**

Si c'est impossible, vous répondrez 0.

### 5. LE CIRCUIT DE L'ANNÉE (coefficient 5)

Les cases grises sont interdites.

Vous pouvez vous déplacer de chaque case blanche à chaque case blanche partageant avec elle un côté complet.



Vous devez partir d'une case blanche et y revenir (le circuit est fermé) sans passer deux fois par la même case blanche de sorte que le nombre de cases blanches par lesquelles vous ne passez pas soit le plus petit possible.

**Quel sera ce nombre ?**

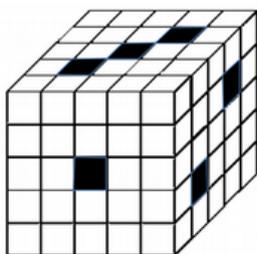
## FIN CATEGORIE CE

### 6. LE DÉ TROUÉ (coefficient 6)

Six trous ont été percés dans un grand cube formé de 125 petits cubes de même taille (le grand cube a 5 petits cubes de côté).

Chaque trou traverse perpendiculairement le grand cube d'une face à la face opposée.

**Combien de petits cubes ont été enlevés ?**



### 7. LES PIÈCES DE MONNAIE (coefficient 7)

Les pièces de monnaie en circulation dans Maths-Pays valent 1, 2, 5 ou 10 centimes.

Avec les pièces dans son porte-monnaie, Picsou ne peut pas obtenir le montant exact de 20 centimes, ni celui de 18 centimes.

Par contre, il peut obtenir le montant exact d'une tirelire destinée à son petit-neveu Riri.

**Quel est ce montant, en centimes, sachant qu'il est le plus grand possible ?**

### 8. PLUS OU MOINS UN (coefficient 8)

Bob a écrit un nombre au centre d'un tableau 3 x 3.  
Alice doit écrire un entier naturel **non nul** dans chacune des huit autres cases.

Dans chaque paire de cases voisines (partageant un côté complet) du tableau (y compris la case centrale), les deux nombres doivent différer de 1.

Son score est la somme des neuf nombres.

Alice peut obtenir les scores 20 et 18.

**Combien de scores autres que 20 et 18 peut-elle obtenir ?**

## FIN CATEGORIE CM

*Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).*

### 9. LA SORTIE DU TUNNEL (coefficient 9)

Un train de marchandises roule à vitesse constante.  
Lorsque la tête du train rentre dans un tunnel, la queue du train se trouve à 1800 mètres de la sortie du tunnel.

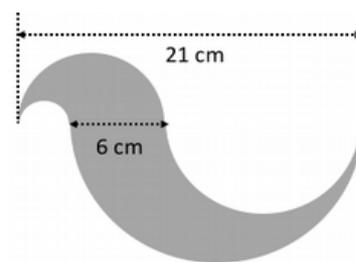
30 secondes plus tard, lorsque la queue du train rentre dans le tunnel, la tête du train se trouve à 200 mètres de la sortie du tunnel.

**Quelle est la vitesse, en km/h, du train ?**

### 10. LE BOOMERANG (coefficient 10)

Le bord du boomerang est formé de quatre demi-cercles.

La différence entre les diamètres des deux demi-cercles à gauche (ou à droite) est 6 centimètres ; la distance entre les deux extrémités pointues est 21 centimètres.



**Quelle est l'aire, en cm<sup>2</sup> arrondis au plus près, de la surface grise ?**

Eventuellement, vous prendrez  $\pi \approx 22 / 7$ .

### 11. LE NOMBRE DE L'ANNÉE (coefficient 11)

Le nombre de l'année est un nombre entier naturel.  
Lorsqu'on le multiplie par 2018, on obtient un résultat dont aucun chiffre n'est 2, 0, 1 ou 8.

De plus, ce résultat compte six chiffres tous différents.

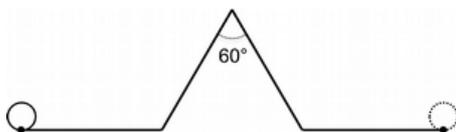
**Quel est le nombre de l'année ?**

## FIN CATEGORIE C1

### 12. LE ROCHER (coefficient 12)

## FINALE INTERNATIONALE du 32<sup>e</sup> Championnat - 30 août 2018

La ligne brisée représente un chemin en coupe verticale. Chacun des quatre segments mesure 10 mètres et l'angle aigu vers le bas entre les deux segments du milieu vaut 60°. Le cercle représente un rocher sphérique de diamètre 1,5 mètre. Sisyphe doit le faire rouler de gauche à droite (le rocher reste toujours en contact avec un ou deux segments ; son centre, au départ et à l'arrivée, est à la verticale de l'extrémité du segment).



Si Sisyphe réussit, alors quelle distance, en centimètres arrondis au plus près, le centre du rocher aura-t-il parcourue ?

Éventuellement, vous prendrez  $\sqrt{3} \approx 1,73$  et  $\pi \approx 3,14$ .

### 13. L'ÉCHIQUIER (coefficient 13)

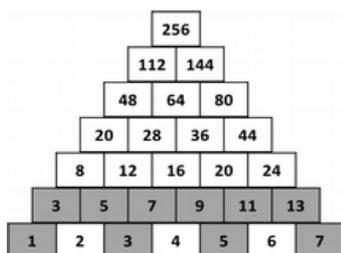
Les échecs se jouent sur un tableau carré de 8 cases de côté (l'échiquier), avec 32 pièces au début d'une partie.

Chaque case peut être occupée par au plus une pièce.

Au milieu d'une partie, dans chacun des trente-six carrés de 3 cases de côté, on compte 4 pièces.

Quel est alors le nombre total des pièces sur l'échiquier, sachant qu'il est le plus petit possible ?

### 14. LA PYRAMIDE PAIR IMPAIR (coefficient 14)



Dans les cases en bas d'une pyramide de sept étages, dans l'ordre croissant à partir de la gauche, vous devez écrire tous les nombres entiers de 1 à 9 sauf deux (un par case).

Puis, dans chaque autre case, vous devez écrire la somme des nombres écrits dans les deux cases au dessous d'elle.

Le dessin montre une pyramide où l'on compte 10 nombres impairs (cases grises) : 256 est écrit dans la case en haut.

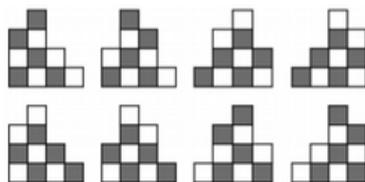
Dans une autre pyramide, on compte 19 nombres impairs : quel nombre sera écrit dans la case en haut ?

### FIN CATEGORIE C2

### 15. LES TOURS ÉQUILIBRÉES (coefficient 15)

Du haut vers le bas, les N étages d'une tour ont de 1 à N carrés.

Un étage ne débordé jamais au dessus d'un autre.



Les carrés, d'un seul tenant, sont alignés horizontalement et verticalement.

Ils sont coloriés en blanc ou en gris, deux carrés voisins (partageant un côté complet) étant de couleurs différentes.

Une tour est équilibrée lorsque les deux couleurs totalisent le même nombre de carrés.

Pour  $N = 4$ , on en compte 8 (dessin).

Pour  $N = 11$ , combien de tours équilibrées compte-t-on ?

### 16. LE CRYPTARITHME DE L'ANNÉE (coefficient 16)

Du service secret MX, Édith a transmis à l'agent 007 une addition codée :

$$\text{DEUX} + \text{MILLE} + \text{DIX} + \text{HUIT} = \text{XXXXX}$$

Chaque lettre représente toujours le même chiffre et deux lettres différentes représentent deux chiffres différents (sur les dix chiffres de 0 à 9, neuf sont utilisés).

Les lettres L et U représentent respectivement les chiffres 0 et 7.

La lettre X représente un chiffre impair.

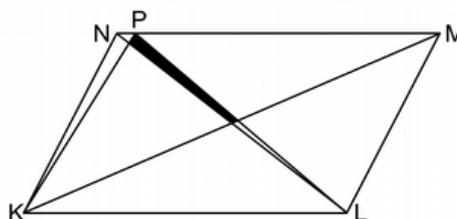
Quel nombre MXEDITH représente-t-il ?

### FIN CATEGORIES L1, GP

### 17. LE CHAMP DU PÈRE MANAN (coefficient 17)

Le parallélogramme KLMN délimite la propriété d'un châtelain.

PK et PL sont les segments de droite tracés à partir du point P placé sur le côté MN de sorte que  $PM = 16 PN$ .



Le petit quadrilatère noir est le champ du Père Manan.

Quelle est le rapport de son aire à celle de la propriété du châtelain ?

Vous répondez sous la forme d'une fraction irréductible.

### 18. TOUT EN PUISSANCE (coefficient 18)

La somme des puissances 5 des entiers de 1 à 13, 1002001, est le carré de 1001.

Quel est le plus petit entier strictement supérieur à 13 tel que la somme des puissances 5 des entiers de 1 à ce nombre soit le carré d'un entier ?

Note : la somme des puissances 5 des entiers de 1 à N est égale à  $(4S-1)S^2/3$ , où S est la somme des entiers de 1 à N.

### FIN CATEGORIES L2, HC