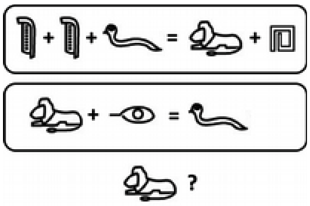
FINALE INTERNATIONALE du 33e Championnat – B – Jeudi 29 août 2019

DEBUT TOUTES CATEGORIES

1. LES PHOTOS (coefficient 1)
Fifi a pris des photos de cinq enfants.
Chaque enfant se trouve sur deux ou trois photos.
On compte exactement quatre enfants sur chaque photo.
Combien de photos Fifi a-t-elle prises?

2. UN TRAVAIL HERCULÉEN (coefficient 2)
Héraclès va combattre un monstre qui a un corps de serpent et plusieurs têtes.
Pour le vaincre, il devra couper, une par une, toutes ses têtes.
Mais, chaque fois qu'Héraclès aura coupé trois têtes, une nouvelle tête repoussera immédiatement.
Il vaincra le monstre en coupant huit têtes au total.
Avant le combat, combien de têtes le monstre a-t-il ?

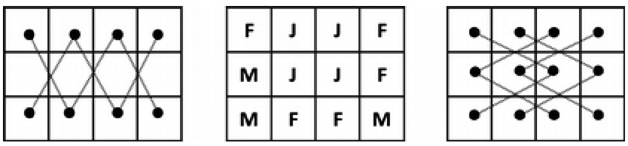
3. LE LION D'ÉGYPTE (coefficient 3)
En vieil égyptien, cinq symboles représentent les nombres de 1 à 5.
Un symbole représente toujours le même nombre et deux symboles différents représentent deux nombres différents.



Chacun des deux dessins encadrés correspond à une addition correcte.
Quel nombre est représenté par le symbole ressemblant à un lion ?

4. LES JOURS DE SOLEIL (coefficient 4)
Sur internet, la publicité pour un hôtel de Maths-Plage annonce, preuves météorologiques à l'appui, 29 jours de soleil au mois de juillet.
Combien de jours, au minimum, faut-il séjourner à l'hôtel pour être sûr d'avoir (au moins) deux jours de soleil consécutifs au mois de juillet ?
Note : le mois de juillet compte 31 jours.

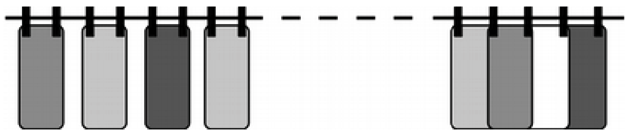
5 LE CAVALIER (coefficient 5)
À chaque saut, le cavalier se déplace selon la diagonale d'un rectangle de deux cases sur trois (dessin à gauche) ou de trois cases sur deux (dessin à droite).
Il est toujours positionné au centre d'une case.
Chaque segment qui joint deux ronds noirs représente un saut possible.



On lit les lettres (dessin au milieu) dans l'ordre selon lequel le cavalier pourrait parcourir les cases où elles sont écrites.
De combien de façons peut-on lire FFJM ?

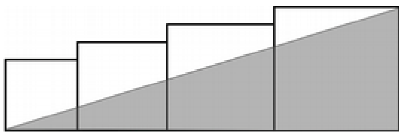
FIN CATEGORIE CE

6. LES SERVIETTES (coefficient 6)
Denise doit faire sécher dehors 19 serviettes en les étendant sur un fil très long.
Elle dispose de 33 pinces à linge.
Denise commence (tout à gauche sur le dessin) en utilisant deux pinces à linge par serviette.
À un moment donné, elle se rend compte (elle aurait pu le faire avant) qu'elle n'aura pas assez de pinces à linge si elle continue ainsi.
Du coup, Denise continue (vers la droite) en utilisant une pince à linge à chaque endroit où deux serviettes sont juxtaposées.



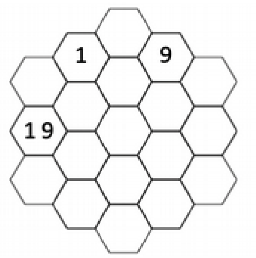
Finalement, elle réussit en utilisant toutes les pinces à linge.
Lorsque Denise s'est rendue compte qu'elle ne pouvait plus utiliser deux pinces à linge par serviette, combien de serviettes lui restait-il à étendre ?

7. L'ESCALIER GÉANT (coefficient 7)



Le dessin représente un monument en forme d'escalier géant.
La hauteur de chaque marche (la différence entre les côtés de deux carrés consécutifs) est 1 mètre.
La frontière entre la lumière du soleil et l'ombre (surface grise) va en ligne droite du sommet de carré en bas à gauche au sommet de carré en haut à droite.
L'aire de l'ombre est 77 mètres carrés.
Quel est, en mètres, le côté du carré le plus petit ?

8. MAYA FAIT SON NUMÉRO (coefficient 8)
Les nombres de 1 à 19 doivent être écrits dans la ruche de Maya, l'abeille bien connue (un par case hexagonale).
Deux nombres consécutifs doivent être écrits dans deux cases partageant un côté.
Trois nombres sont déjà écrits.
Écrivez 13 dans une case de sorte qu'il y ait exactement une façon d'écrire les quinze nombres restants.

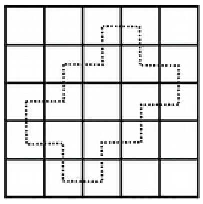


FIN CATEGORIE CM

Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

FINALE INTERNATIONALE du 33e Championnat – B – Jeudi 29 août 2019

9. LA TOUR SAOULE (coefficient 9)
Sur une grille, une tour saoule peut se déplacer de n'importe quelle case vers n'importe quelle case partageant un côté avec elle, mais les directions de deux mouvements consécutifs doivent être perpendiculaires.
Elle ne doit jamais passer deux fois par la même case.



Sur une grille 5 x 5, la tour saoule peut parcourir un circuit fermé en passant, au maximum, par seize cases (trait pointillé sur le dessin).
Sur une grille 7 x 7, la tour saoule peut parcourir un circuit fermé en passant, au maximum, par combien de cases ?

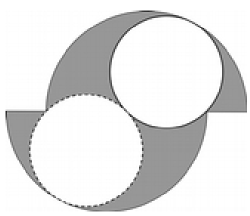
10. LES LINGOTS (coefficient 10)
Picsou possède des lingots qui pèsent des nombres entiers de kilos (plusieurs lingots peuvent peser le même poids).
Le total des poids est égal à 60 kilos.
On peut répartir les lingots successivement en 4 piles, puis en 5 piles et enfin en 6 piles de sorte que, pour chacune des trois répartitions, les poids des piles soient tous identiques (respectivement 15, 12 et 10 kilos).
Combien de lingots, au minimum, Picsou possède-t-il ?

11. UN, DEUX, TROIS, ... (coefficient 11)
Après la virgule du développement décimal de la fraction $\frac{1001}{998999}$, il y a le chiffre 1 au rang 3, le chiffre 2 au rang 6, le chiffre 3 au rang 9 : 0,001002003...
À quel rang le chiffre 4 apparaîtra-t-il pour la première fois ?

FIN CATEGORIE C1

12. LES RESTES (coefficient 12)
Un nombre entier naturel non nul est égal à la somme des trois restes obtenus en le divisant respectivement par 796, par 1024 et par 1358. **Quel est ce nombre ?**

13. LA TRANCHEUSE DE JAMBON (coefficient 13)
Le dessin représente la coupe d'une trancheuse de jambon.
Les deux grands demi-disques (coque de la machine en bas et chariot coulissant en haut) ont le même rayon, 224 millimètres.
Les deux petits disques (lame circulaire en bas et support du jambon à trancher en haut) ont le même rayon.



Quel est, en millimètres arrondis au plus près si nécessaire, ce rayon, sachant qu'il est le plus grand possible ?
Note : tous les contacts sont parfaits.

14. UNE FORMULE TAMOULE (coefficient 14)
Comme les tamouls le faisaient il y a vingt-cinq siècles, Pitchoun calcule l'hypoténuse d'un triangle rectangle en additionnant les sept huitièmes du grand côté de l'angle droit et la moitié du petit côté de l'angle droit.
On choisit deux triangles rectangles à côtés entiers, qui ont la même hypoténuse mais qui ne sont pas égaux.
Dans les deux cas, le calcul de Pitchoun donne la valeur exacte.
Quelle est l'hypoténuse, sachant qu'elle est strictement inférieure à 150 ?

FIN CATEGORIE C2

15. LES NOMBRES AUTONOMES (coefficient 15)
Un nombre autonome est un entier naturel.
Son écriture n'utilise pas le chiffre 0.
Son écriture n'utilise aucun chiffre plus de neuf fois.
Lorsque l'on compte les chiffres utilisés, pris dans l'ordre croissant, on reconstitue le nombre de gauche à droite.
Le plus petit nombre autonome après 22 (deux 2) est 21322314 (deux 1, trois 2, deux 3, un 4).
Le plus grand nombre autonome est 613223141526171819 : il est impair, divisible par 9 mais pas par 11.
Quel nombre autonome est impair, divisible par 11 mais pas par 9 ?

16. SIX PRODUITS SERRÉS (coefficient 16)
On écrit les nombres de 1 à 9 dans un tableau 3 x 3 (un par case).
On calcule les produits des nombres sur les lignes et dans les colonnes.
Les six résultats obtenus doivent être différents deux à deux.
Le score du tableau est le rapport du plus grand au plus petit.
Par exemple, le score du tableau ci-contre est 105/45 = 7/3 (les résultats sont 72, 105, 48, 84, 45 et 96).

2	**9**	**4**
7	**5**	**3**
6	**1**	**8**

Quel est, au minimum, le score d'un tableau ?
Vous répondrez sous la forme d'une fraction irréductible.

FIN CATEGORIES L1, GP

17. LES ÎLES DU LAC (coefficient 17)
Huit points d'observation sont disposés autour d'un grand lac circulaire qui comprend plusieurs îles.
On assimile le lac à un disque, les points d'observation à des points distincts deux à deux sur le contour circulaire (leur répartition peut ne pas être régulière) et les îles à des points distincts deux à deux dans la région intérieure.
Chacun des vingt-huit segments qui joint deux points d'observation contient au moins une île.
Quel est, au minimum, le nombre d'îles ?

18. HACKER VAILLANT, RIEN D'IMPOSSIBLE (coefficient 18)
Afin de gagner le super-bonus d'un jeu en ligne, il faut composer le bon code.
À chaque sommet d'un polygone, il faut choisir un nombre, 0 ou 1, et choisir une couleur, bleu ou rouge.
Pour chaque côté du polygone, si les nombres aux deux extrémités ne sont pas égaux, alors les couleurs à ces deux extrémités doivent être identiques.
Le programme informatique d'un hacker met une seconde pour tester un code.
Par exemple, lorsque le polygone est un triangle, il met 28 secondes, au maximum, pour gagner.
Lorsque le polygone est un hexagone, le programme informatique du hacker met combien de temps, au maximum, pour gagner ?
Vous répondrez en minutes et en secondes (de 0 à 59).

FIN CATEGORIES L2, HC