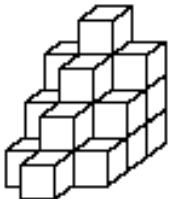
FINALE INTERNATIONALE 2002 SÉANCE 1

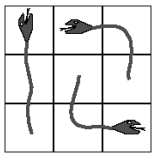
DÉBUT CATÉGORIE CE

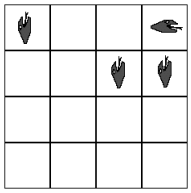
1 - SUPERPODIUM (coefficient 1)



Pour la compétition GalaxyMath, on a construit un superpodium à dix places (voir le dessin). **Combien de cubes a-t-il fallu pour le réaliser ?**

2 - POUR QUI SONT CES SERPENTS ? (coef. 2)





La grille dessinée à gauche contient 3 serpents de même longueur (3 cases en comptant la tête). Chaque case contient exactement un morceau de serpent. **Complétez la grille de droite avec 4 serpents de même longueur. Chaque case de la grille doit contenir exactement un morceau de serpent.**

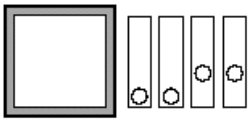
DÉBUT CATÉGORIE CM

3 - SURFONS SUR LAVAGUE (coefficient 3)

12345678987654**32**123456789

Une suite de 25 chiffres est écrite comme ci-dessus. Mathilde décide d'écrire des nombres à 3 chiffres en recopiant, dans l'ordre, 3 chiffres écrits à la suite, comme par exemple 432. **Combien de nombres différents à 3 chiffres peut-elle écrire** (y compris 432) **?**

4 - TROUVEZ LE CARRÉ (coefficient 4)



Trouvez une disposition des quatre règlettes trouées dans la boîte, de telle sorte que les trous soient situés aux sommets d'un carré. Les règlettes ne doivent pas se superposer.

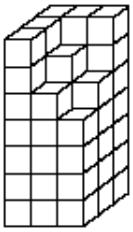
DÉBUT CATÉGORIE C1

5 - LES 5 CARRÉS (coefficient 5)

Mathias avait réussi a placer 5 petits carrés de 1 cm de côté, sans chevauchement, de sorte que la figure réalisée ait un périmètre de 10 cm. Malheureusement, il a fait tomber son oeuvre. **Reconstituez la.**

FIN CATÉGORIE CE

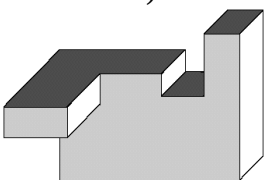
6 - LATOUR INFERNALE (coef. 6)



Mathilde a peint en rouge toutes les faces accessibles de la tour représentée ci-contre. Elle n'a pas pu peindre le dessous de la tour posée sur son bureau. **Si Mathilde démonte sa tour, combien y aura-t-il de cubes peints sur exactement trois faces ?**

DÉBUT CATÉGORIES C2, L1, L2, GP, HC

7 - L'IMMEUBLE DU CIJM (coefficient 7)



Le dessin ci-contre représente une maquette du futur immeuble du Comité International des Jeux Mathématiques. **Combien cette maquette a-t-elle de faces, au minimum** (y compris la face du dessous) **?**

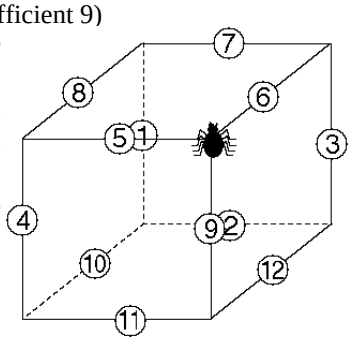
8 - LE BANQUET (coefficient 8)

Un groupe de vingt-sept personnes est au restaurant. Chacun a choisi un menu à 14 euros, tout compris. Parmi ces vingt-sept convives, certains sont invités et ne paient rien, chacun des autres payant 4 euros en plus de son repas, pour les invités.
Combien de personnes sont-elles invitées ?

FIN CATÉGORIE CM

Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - L'ARAIGNÉE GIPSY (coefficient 9)



L'araignée Gipsy se trouve sur un sommet d'un cube en fil de fer. Des oeufs sont placés dans des cocons situés au milieu des arêtes. Le nombre inscrit dans chaque cocon indique le nombre d'oeufs qu'il contient. Gipsy veut ramasser le plus grand nombre possible d'oeufs :

- en se déplaçant sur les arêtes
- sans passer deux fois sur la même arête
- en revenant à son sommet de départ.

Combien peut-elle ramasser d'oeufs au total, au maximum ?

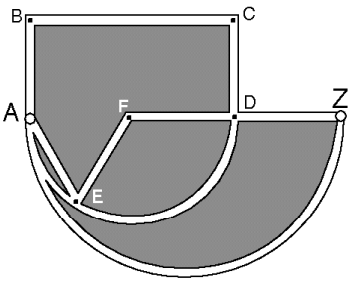
ENCYCLOPÆDIA UNIVERSALIS

POLE

BELIN

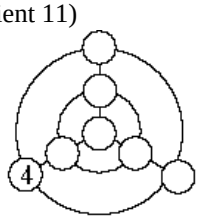
Sport Cérébral

10 - DE A À Z (coefficient 10)



Zazie veut aller de A à Z en empruntant le chemin le plus court. Elle s'impose de suivre les allées sans jamais marcher sur l'herbe (en gris sur le dessin). On suppose que AB = CD = AE = EF = FD = DZ.
Dessinez son trajet.

11 - LES NOMBRES DU SIÈCLE (coefficient 11)

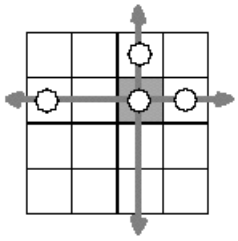


Trouvez sept nombres entiers consécutifs tels que les sommes de trois nombres
- sur le cercle intérieur
- sur le cercle extérieur
- sur chacun des trois alignements

soient toutes égales à 21.

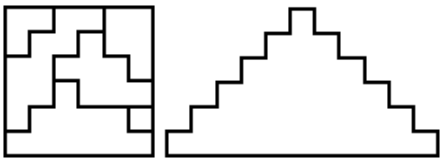
FIN CATÉGORIE C1

12 - AU MOINS 4 PARTOUT ! (coefficient 12)



Mathias dépose un certain nombre de pions sur les cases d'un damier 4x4. Ensuite, pour chaque case du damier, il compte le nombre total de pions posés sur la ligne (horizontale) et sur la colonne (verticale) de cette case. Pour la case grisée de l'exemple ci-contre, il compterait 4 pions. Après vérification, Mathias constate que pour chaque case, occupée ou non, il compte toujours au moins 4 pions. **Combien de cases sont-elles vides, au maximum ? Dessinez une disposition des pions correspondant à ce maximum.**

13 - TRANSFORMATION (coefficient 13)



Nina a découpé des pièces d'aires 1, 3, 5, 7, 9 et 11 carreaux, puis elle a réussi à constituer, en retournant éventuellement les pièces, une belle pyramide. **Montrez que vous pouvez en faire autant en dessinant les pièces sur la pyramide.**

FIN CATÉGORIE C2

14 - LES PATRONS DU GROUPE (coefficient 14)

Dans la classe de Nina et de Thomas, le professeur a demandé de préparer un patron de parallélépipède rectangle en carton qui respecte les conditions suivantes :
- ses arêtes sont toutes mesurées par un nombre entier de cm strictement supérieur à 1 cm
- son volume est égal à 2002 cm^3.

Nina, Thomas et quelques amis comparent leurs patrons. Surprise ! Ceux-ci ont tous des aires différentes, mais correspondent bien à la consigne. De plus, ils s'aperçoivent qu'il n'en existe aucun autre possible. **Quelle aire de carton a été nécessaire pour fabriquer tous les patrons du groupe d'amis ?**

15 - BATAILLE NAVALE (coefficient 15)

Mathilde et Mathias jouent à la bataille navale sur une grille de 2002 cases de long et de 1 case de haut. Mathilde a posé un vaisseau de 4 cases sur la grille. Les deux cases centrales du vaisseau sont rouges et les extrémités sont bleues.
Mathias essaie de deviner la position du bateau en donnant la position d'une case. Mathilde lui répond uniquement de l'une des quatre manières suivantes : "trop à droite", "trop à gauche", "rouge", "bleu". Mathias joue de la façon la plus efficace possible. **Combien lui faudra-t-il d'essais, au maximum, pour déterminer la position du vaisseau ?**

16 - ALI-BABA ET LES 42 VOLEURS (coefficient 16)

Ali-Baba est prisonnier des 42 voleurs qui viennent de dérober 41 bâtons d'encens magiques identiques. Les voleurs veulent partager ce butin de telle sorte que chacun ait exactement les mêmes morceaux que les autres. Ali-Baba propose son savoir-faire en échange de sa liberté. Ali dispose les 41 bâtons côte à côte, déplace certains morceaux, puis, après quelques coupes effectuées à l'aide d'un sabre, entre lesquelles il déplace à nouveau les morceaux, il donne à chacun des 42 voleurs exactement la même part constituée des mêmes morceaux. **Quel est le nombre minimum de coupes effectuées par Ali-Baba ? Combien chacun des voleurs aura-t-il alors de morceaux ?**
Note : Une coupe peut trancher d'un seul coup un très grand nombre de morceaux d'encens.

FIN CATÉGORIES L1, GP

17 - ABRACADABRA (coefficient 17)

Le magicien donne la formule magique à son apprenti :
« Voici la formule magique. Elle est formée d'une infinité de séquences AB et BA. Lorsque tu l'auras recopiée, tu seras mon égal ».
L'apprenti, pour gagner du temps, remplace chaque bloc AB par la lettre A et chaque bloc BA par la lettre B, et, oh stupeur ! la formule magique reste inchangée !
Quelles sont les 2002ème, 2003ème, 2004ème, 2005ème, 2006ème, 2007ème et 2008ème lettres de la formule magique ?

18 - CRYPTARITHME (coef. 18)

contemplare
nobIs qVe
reCestVas
eXpeCtantIbVs
a Deo InfInIte bono
reqVIeM
eXora

Mathias et Mathilde ont visité l'église de Brno (République Tchèque) et y ont remarqué une pierre tombale portant une inscription fort remarquable.
- Comme c'est curieux, s'exclame Mathias. Cette inscription dissimule les nombres écrits en chiffres romains IV, CV, XCIV, DIII, VI, M et X ! Et il se trouve que IV x CV + XCIV + DIII (c'est-à-dire 4x105 + 94 + 503) est presque égal à VI + M + X (c'est-à-dire 6 + 1000 + 10).
- Effectivement, répond Mathilde, il ne s'en faut que d'une unité. Mais ce qui est encore plus remarquable, c'est que si l'on remplace les lettres I, V, X, C, D et M par des chiffres tous distincts compris entre 1 et 9, il est possible d'avoir l'égalité :

IV x CV + XCIV = DIII + VI + M + X.

Résolvez ce cryptarithme, sachant que V = 9.

FIN CATÉGORIES L2, HC