

Le gardien arithmétique :

Une double décomposition en somme de deux carrés est donnée par

$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac \mp bd)^2 + (ad \pm bc)^2$. Tenant compte des parités,

$$ac+bd=1752$$

$$ac-bd=1172$$

$$ad+bc=1587$$

$$ad-bc=907$$

On en déduit

$$ac=1462 = 2 \times 17 \times 43$$

$$ad=1247=1247 = 29 \times 43$$

$$bd=290 = 2 \times 5 \times 29$$

$$bc=340 = 2 \times 2 \times 5 \times 17.$$

Ceci force $a=43$, $b=10$, $c=34$, $d=29$, d'où

$$3892153 = (43^2+10^2)(34^2+29^2)= 1949 \times 1997.$$

François Sigrist (28 mai 2005)