

15 - LE MULTIPLE DE L'ANNÉE (¼ de finale du 18^{ème} championnat 2003-2004)

On trouve assez rapidement que le nombre 222444222444 est un multiple de 2004 (111000111 X 2004). Le problème revient à chercher s'il existe un multiple de 2004 plus petit que 222444222444. Il est facile de vérifier que le nombre qui multiplie 2004 et satisfait à ces conditions doit comporter d'autres chiffres que 0 et 1.

Prenons les multiples de 2004 :

1 X 2004 = 2004
 2 X 2004 = 4008
 3 X 2004 = 6012
 4 X 2004 = 8016
 5 X 2004 = 10020
 6 X 2004 = 12024
 7 X 2004 = 14028
 8 X 2004 = 16032
 9 X 2004 = 18036

Comme le dernier chiffre des multiples est pair, seul 2004 (1 X 2004) et 12024 (6 X 2004) peuvent être utilisés comme premier multiple à partir de la droite (voir exemple ci-contre avec 6012 (3 X 2004), le chiffre 1 en deuxième colonne ne peut plus être changé en 2 ou 4, le chiffre unité du multiple suivant étant pair (encadré)).

Considérons 12024 et occupons-nous du chiffre 1 qu'il faut, par addition avec un autre multiple de 2004, changer en 2 ou 4.

On a le choix entre 6012 et 16032. Prenons 6012, les 4^e et 5^e colonnes sont maintenant correctes. Les 3^e et 6^e colonnes sont obtenues en plaçant 2004 comme multiple des centaines (voir ci-contre).

Reste le problème de la 7^e colonne. On peut obtenir un 2 ou un 4 en plaçant 8016 ou 18036, mais cela pose le problème du 8 en 10^e colonne qu'on ne peut corriger qu'en obtenant un nombre de plus de 12 chiffres (plus que 222444222444).

Prenons alors le multiple 16032. Comme précédemment, les 4^e et 5^e colonnes sont maintenant correctes.

Occupons-nous maintenant du 6 en 7^e colonne. On peut obtenir un 4 en plaçant le multiple 4008 comme ci-contre. Les 7^e, 8^e et 10^e colonnes sont maintenant correctes. Il ne reste plus qu'à placer de manière judicieuse le multiple 2004 pour compléter le nombre.

Il ne reste plus qu'à placer de manière judicieuse le multiple 2004 pour compléter le nombre.

On obtient ainsi le nombre 42244442224 qui est bien plus petit que le nombre 222444222444.

Solution proposée par Pierre-André Roubaty, 5 mars 2005

$$\begin{array}{r}
 2004 \\
 X - - - - - - - - - 3 \\
 \hline
 6012 \\
 . - 0 - \boxed{-} \\
 . - 0 - - \\
 . - 0 - - \\
 . - 0 - - \\
 . - 0 - - \\
 . - 0 - - \\
 . - 0 - - \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2004 \\
 X - - - - - 3106 \\
 \hline
 12024 \\
 . - 0 - - \\
 . - 0 - - \\
 6012 \\
 . - 0 - - \\
 . - 0 - - \\
 . 8016 \\
 . - 0 - - \\
 \hline
 224424
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2004 \\
 X - - - - - 8 - - 6 \\
 \hline
 12024 \\
 . - 0 - - \\
 . - 0 - - \\
 16032 \\
 . - 0 - - \\
 . - 0 - - \\
 . 4008 \\
 . - 0 - - \\
 \hline
 4 24 - 44 - 24
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2004 \\
 X 21080061 \\
 \hline
 2004 \\
 12024 \\
 0000 \\
 0000 \\
 16032 \\
 0000 \\
 2004 \\
 4008 \\
 \hline
 4224442224
 \end{array}$$