Réflexions du samedi

Cahier hors-série no 2, mars 2014

Demi-finale suisse des Jeux Mathématiques et Logiques, Lausanne le 22 mars 2014

HS2.0 Prologue, MINDFULNESS

Mindfulness, avoir la conscience remplie, c'est tendance. Ce serait la clé du bonheur, le remède universel. Ayez toujours à l'esprit un sujet majeur qui ne laisse aucune place aux idées noires, au doute des activités existentielles, à la déprime. Chacun choisit son sujet de méditation pour remplir sa conscience. L'inconscient, qui occupe la majeure partie de l'activité des neurones nous échappe, sauf la nuit, pendant les rêves et les cauchemars, sauf à notre insu quand, tout-à-coup on fait une folie nécessaire. Mais au moins, bloquer le conscient.

Revenons au rationnel. Réfléchir. Les problèmes des jeux mathématiques sont un sujet idéal de réflexion. Non seulement la réponse, mais surtout la démarche qui mène à la solution. Et souvenez-vous de ce que disait Einstein : *''L'imagination est plus importante que l'intelligence''.* Lire l'énoncé 10 fois et bien s'imaginer le problème. La démarche pour aboutir à la solution, comme une feuille de montage pour un meuble IKEA, suivre pas-à-pas, employer toutes les pièces et on arrive éventuellement à ses fins.

Il y a plusieurs genres d'approches. Au début, on est gauche, on doit se rabattre sur une méthode laborieuse (bulldozer), par exemple envisager tous les cas possibles. Puis on découvre une logique, comme pour les nombres premiers, la passoire d'Eratosthène, et l'on cerne la solution. Parfois la logique simplificatrice manque comme pour la suite des intervalles entre les nombres premiers, que les vieux grecs se désespéraient de trouver.

Prenez la feuille des énoncés, continuez la lecture et réfléchissez.

HS2.1 Faire cent

1 2 3 4 5 6 7 + + + +

Placer les + au bon endroit pour que l'expression résultante donne 100.

Pour faire cent, il semble évident de commencer par isoler les gros morceaux, 67 et 23, ça fait déjà 90, avec ce qui reste, 1, 4, 5, *miracolo,* **ça fait 10. Youpih.**

Et s'il y avait une 2ème solution ? Si oui, trouvez-la (ce n'est pas demandé par la FFJM).

HS2.2 Avec trois carrés

Dessiner, superposer les carrés, on en voit 6.

Il faut se méfier de la facilité. En regardant bien, vous en verrez 8.

HS2.3 Un arbre, une parcelle

Considérants : Il y a 20 petits carrés et 4 arbres, donc chaque parcelle est de 5 carrés. Regardez la droite du dessin, il n'y a qu'une forme possible pour la parcelle. De là délimiter les autres parcelles. OK.

HS2.4 Les allumettes de l'année

Pas de recette miracle. Essayer, on y arrive.

HS2.5 La croix de 12

Le genre de problème qu'on aime. Remplir pas-à-pas les cases dont la valeur est univoque, par exemple, à la première ligne si la somme vaut 18 et que la 1ère case contient 12, il faut mettre 6 dans la 2ème case. Continuer, le point est assuré, on peut être sûr de la réponse, tout doit jouer. Ça joue.

HS2.6 Les sapins

De nouveau, un problème qu'on aime. Il est déterminé, 2 inconnues, 2 équations, on peut être sûr du résultat :

```
     X    // surface d'un triangle
     y    // surface d'un rectangle
(1)  2x + y = 8
(2)  3x + 3y = 15

     X =3 ; y = 2

// le grand sapin, ce sont 4 triangles et 6 rectangles

Réponse : 24 cm2
```

HS2.7 Zorro

Au début, on peine, c'est qu'on essaie de rester à l'intérieur de la figure. C'est évident que les sommets du Z sont à l'extérieur. Répartir les 13 carrés en 4, 4, 5, pour les 3 segments du Z, dessinez les carrés sur une feuille A4 et essayer de placer des crayons. Vous voilà le clone de Zorro.

HS2.8 La pagination

Un bel exemple de la démarche de l'intelligence. L'énoncé est facile à comprendre. Chacun a eu une fois un livre entre les mains. La méthode bulldozer est évidente : imaginer feuilleter le livre et noter les occurrences de chaque chiffre (0, 1, …8, 9) pour chaque page. Chaque fois, comparer le nombre d'occurrences des 10 chiffres entre la page courante (n) et la page (n – 13). Laborieux, mais comment faire mieux ?
Faute d'imaginer autre chose, j'implémente les compteurs. Le bulldozer est payant. Tout-de-suite, les compteurs mettent en lumière la logique sous-jacente du problème. Le compteur des zéros passe à 14 à la page 103, à 20 à la page 109, la différence des pages est trop petite. Le compteur des 9 passe à 14 à la page 94, à 20 à la page 99. Essayons le compteur des 8, il passe à 14 à la page 85, à 20 à la page 98. Différence 13. Ça joue, <u>le livre a 98 pages</u>.

HS2.9 Un nombre prometteur

Considérants : Le plus grand quotient vaut :

`ENT((2014 – 9) / 9 = 222   // ENT: partie entière`

On peut envisager une méthode bulldozer, faisant varier le quotient q de 1 à 222 par incrément de 1 et de calculer chaque fois les quatre valeur de N (le nombre à trouver), comme :

`N = (q*6) – 6   ;   N = (q*7) – 7   ;   …`

Et trouver la valeur de N qui marche pour les 4 diviseurs (6, 7, 8, 9).

Mais c'est aussi que N doit être divisible par chacun des diviseurs, soit le nombre :

`6 x 7 x 8 x 9 = 3024    // trop grand`

6 et 8 contiennent chacun le facteur 2, prenons la moitié de 3024, <u>**1512**</u>. Ça joue.

La logique sous-jacente : prendre le PPCM, le plus petit commun multiplicateur de 6, 7, 8, 9, soit :

`2x3x7x4x3 =` <u>**`504`**</u> `et ses multiples, inférieurs à 2014, deux fois :` <u>**`1008`**</u> `; trois fois` <u>1512</u> **;** il y a **3 solutions.**

HS2.10 Le terrain du Père Sifleur

Un trapèze rectangle, avec un triangle isocèle qui lui est accolé.

Un Décamètre (dam), c'est 10 mètres. Pour une surface de 1200 m^2, soit 12 dam^2.

Les côtés devant être des nombres entiers de Dm, on a les 6 possibilités suivantes :

Rectangle	Aire(rectangle)	Côté-triangle	Aire(Total), dam2
1 x 12	12	1	12.5
2 x 6	12	2	14
3 x 4		3	16.5
4 x 3		4	20
6 x 2		6	30
12 x 1		12	84

Trop simple pour être juste. Corrigez-moi, si c'est faux.

C'est juste et faux, la réponse doit être fournie en m^2, soit : **1250, 1400, 1650, 2000, 3000, 8400**. Sinon pas de point.

HS2.11 Echange

Un jeu connu, on y jouait à l'âge de 10 ans. Sauf que le jeu avait plus de cases et plus de pions.

A la maison, faites-vous un damier et allez chercher 6 pions ou 6 boutons. Jouez, faites jouer vos amis et notez le nombre de coups.

Au concours, faites la même chose mais dans la tête.

J'essaie et arrive à échanger les pions en 15 coups. Vous faites mieux ?

Existe-t-il une logique pour déduire le nombre de coups minimum ? Il semblerait qu'elle est encore à trouver. Pour un futur grand mathématicien.

Alors ? Alors essayez d'écrire un programme en C++ ou en Java qui puisse résoudre ce problème. Ce serait faire preuve d'intelligence. Envoyez-moi la source.

HS2.12   Cinq carrés pour en faire un

Considérants : Prenons 1 pour la longueur d'un petit carré. La surface totale vaut 5 et le côté du carré à trouver vaut 5^0.5=2.24. Ensuite ?

A défaut de grives, on mange des merles.

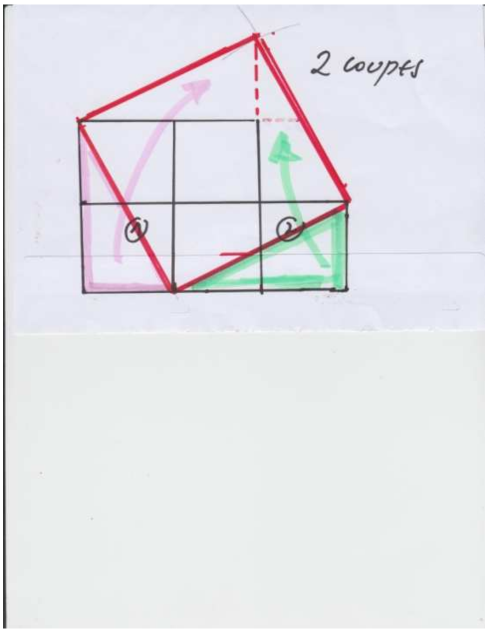
A défaut d'une solution élégante, une solution laborieuse, mais au moins une solution.

Dans un triangle rectangle :   h^2 = m*n // le carré de la hauteur vaut le produit des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse, donc en prenant m=1 et n=5, en traçant un arc de cercle de rayon 3, on trouve la racine de 5, le côté du grand carré. Avec la différence (2.24-2.0), on fait 4 bandes de 1.0x0.24 que l'on colle aux petits carrés. Reste une bande de 1.0x0.04 que l'on coupe en 4 pour remplir le coin en haut à gauche. **Soit 6 coupes**.

Il y a peut-être une solution plus élégante.

Pour trouver la longueur du grand carré, la racine carrée de 5, il suffit de prendre la diagonale du rectangle formé par 2 petits carrés, en effet 1+4 = 5. Mais 1*5 =5, ça va aussi.

Reste à savoir où faire les coupes, pour en trouver le nombre minimum.



En consultant la feuille de réponse, la solution est claire.

Ce problème est, à mon point de vue, le plus ''*beau*'' de toute la série, celui qui demande le moins de connaissances apprises à l'école, mais le plus d'imagination. Celui où j'atteins mon niveau d'incapacité.

HS2.13 Les neuf jetons

Considérants. D'abord chercher la grille où la somme des chiffres est 6 sur les lignes, les colonnes et les diagonales. Pour cela, il faut placer 2, 2, 2 sur une diagonale afin que 2 apparaisse sur toutes les lignes, les colonnes et les diagonales. On obtient

```
       2 1 3   comparé à  1 2 3
       3 2 1              1 2 3
       1 3 2              1 2 3
```

```
On intervertit 1, 2 sur la première ligne,
               1, 3        2ème
               2, 3        3ème
```

La réponse : **<u>3 échanges</u>**.

HS2.14 Une suite arithmétique

Voilà qui ressemble à *la suite de Mathias,* problème des qualifications. On se rappelle qu'il suffit de calculer les premiers termes pour trouver une périodicité. Ensuite faire une division modulo pour choisir le bon terme dans la période.

Allons-y :

a1 : 20
a2 : 14
a3 : (1 + 14)/20 = 3/4
a4 : (1 + 3/4)/14 = 1/8
a5 : (1 + 1/8)/(3/4) = 3/2
a6 : (1 + 3/2)/(1/8) = 20   // retour au point de départ, la période vaut 5
MOD(2014;5) = 4

Le quatrième terme de la période vaut **<u>1/8.</u>**

HS2.15 La division par 11

A défaut de grives, on mange des merles. Implémenter un bulldozer. Ecrire un programme Excel, c'est contraire à l'esprit des jeux FFJM, mais c'est quand-même une preuve d'intelligence.

6 colonnes :

`Quotient; x11=LeNombre; Centaines^2; Dizaines^2; Unités^2;Somme desChiffres^2`

Quand **`Quotient=SommeDesChiffres^2`**, c'est la réponse : **550** et **803**.

HS2.16 Art moderne

Le dernier problème pour les L1 et les GP (grand-père). Donc le plus difficile.

Cerner le problème. Ecrire ce que l'on peut.

Soit x, y, z, t, le petit côté de chaque rectangle gris, des nombres entiers.

Les aires de ces rectangles valent :

y*(20+z) ; x*(14+y) ; t*(20+x) ; z*(14+t)

Il faut trouver des valeurs de x, y, z, t pour que ces quatre expressions aient la même valeur. A partir de 1111 vers l'infini. Je me construis un ''évaluateur pour calculer les aires à partir de x. y. z. t et j'essaie quelques valeurs. Ça ne marche pas. Pause. *Man muss sich etwas einfallen lassen.*

Deux jours après, la solution. De jouer avec l'évaluateur dévoile la logique sous-jacente.

```
x = z ;   y = t

(20 + x)*y = (14 + y)*x

20y + xy = 14x + xy ;   x = 10y/7

// pour faire jouer avec des nombres entiers, il faut prendre y=7 et la surface des rectangles gris vaut 210 dm3.
```

HS2.a Epilogue

Vivre les trois heures du concours. Le cerveau qui demande au cerveau de fournir un effort maximum, Les oreilles rouges, tout le sang dans la tête. Production d'endorphines comme pour un marathon.

Les **endorphines**, ou **endomorphines**, sont des composés opioïdes peptidiques endogènes. Elles sont sécrétées par l'hypophyse et l'hypothalamus chez les vertébrés lors d'activité physique intense, excitation, douleur et orgasme. Elles ressemblent aux opiacés par leur capacité analgésique et à procurer une sensation de bien-être

Ce qui explique *l'état de grâce*, le fait que l'on soit accroché et que l'on ait envie de revenir l'année prochaine.

Merci à tous ceux qui rendent ce bonheur possible, ceux qui, en France, inventent les problèmes, ceux qui nous reçoivent à Lausanne ou à Sion, Claude Dubuis, Augustin Genoud, en 14 ans on se fait des amis.

Merci aussi, chaleureusement, à ceux qui ont lu et corrigé les brouillons de ces réflexions, Christian Pralong à Prillly et Lara Villars, ma petite-fille qui aura 20 ans en 2017 et qui était avec moi au concours.

Et aussi. Les épreuves du concours donnent à réfléchir sur la nature et les niveaux d'intelligence. La mienne, on se situe, on contrôle qu'avec l'âge il n'y ait pas trop de pertes, mais aussi l'intelligence en général. Qu'est-ce que l'intelligence ? Du travail pour le *Human Brain Project.* L'influence du temps. Avec plus de temps, on arrive à résoudre plus de problèmes, comme pour les qualifications. A la finale internationale, on n'arrive pas à trouver des problèmes extrêmement difficiles. Il faut augmenter la quantité, faire deux jours d'épreuves. On nous dit que la *myéline,* la gaine qui entoure les fibres nerveuses joue un rôle, Elle augmente la vitesse des transmissions. Comme pour les ordinateurs quand on augmente la fréquence du processeur.