

Solutions de la demi finale 2025.

é é

ë

Énigme 1- Évolution.

Nous avons 1 cube au départ et à chaque étape nous ajoutons 5 cubes.

À la quatrième étape nous avons donc $1+5+5+5+5 = 21$ cubes.

La solution est : **21 cubes**.

Énigme 2- Le décor.

Le décor utilise 2 gommettes noires. Nous en avons 10 : on peut donc faire 5 décors avec elles ($2+2+2+2+2=10$).

Le décor utilise 3 gommettes blanches. Nous en avons 15 : on peut donc faire 5 décors avec elles ($3+3+3+3+3=15$).

Le décor utilise 5 gommettes grises. Nous en avons 20 : on peut donc faire 4 décors avec elles ($5+5+5+5=20$).

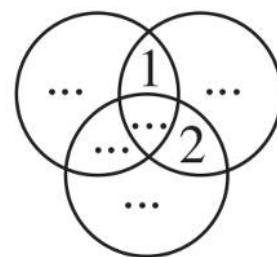
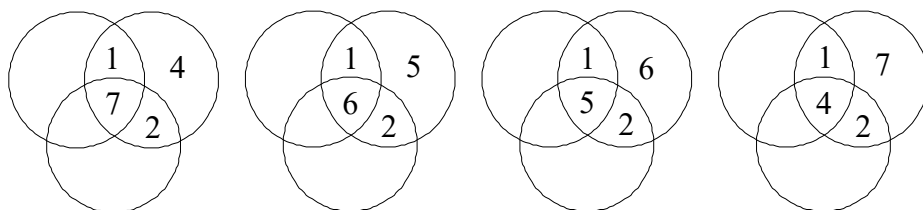
Au maximum on ne peut faire que 4 décors à cause des gommettes grises.

La solution est : **4 décors**.

Énigme 3- Équi-cercles.

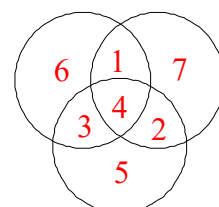
Dans le cercle contenant 1 et 2, comme $1+2=3$ et $14-3=11$, il manque soit 4 et 7 soit 5 et 6.

Testons les 4 possibilités :



- Premier cas : $7+2=9$ et $14-9=5$. Or $5=1+4$ ou $5=2+3$. De plus 1, 2 et 4 sont déjà pris.
- Deuxième cas : $6+2=8$ et $14-8=6$. Or $6=1+5$ ou $6=2+4$. De plus 1, 2 et 5 sont déjà pris.
- Troisième cas : $5+2=7$ et $14-7=7$. Or $7=1+6$ ou $7=2+5$ ou $7=3+4$. Seule la dernière est possible. Le 7 va donc dans le cercle contenant 1 et 5. Or $1+5+7=13$. $14-13=1$. Il faudrait compléter par 1 ce qui n'est pas possible.
- Quatrième cas : $4+2=6$ et $14-6=8$. Or $8=1+7$ ou $8=2+6$ ou $8=3+5$. Seule la dernière est possible. Le 6 va donc dans le cercle contenant 1 et 4. $1+4+6=11$. $14-11=3$. Le 3 complète ce cercle et le 5 prend la place restante.

La solution est donc la suivante :



Énigme 4- Sudoku-gommettes.

	3	5	1		3	5	1		3	5	1		3	5	1		3	5	1		3	5	1		3	5	1		3	5	1		
3	3N				3	3N	B	B		3	3N	B	B		3	3N	B	B		3	3N	B	B		3	3N	1B	2B		3	3N	1B	2B
4					4	B				4	B				4	B	3N			4	B	3N	1N		4	2B	3N	1N		4	2B	3N	1N
2				3B	2	B			3B	2	B	2N	3B		2	B	2N	3B		2	B	2N	3B		2	1B	2N	3B		2	1B	2N	3B

Les indices 3 indiquent la case où il y a les 3 gommettes noires (3N), les autres sont donc blanches (B).

L'indice 2 indique une case où il y a 2 gommettes noires (2N).

Pour l'indice 5 il manque une case avec 3 gommettes noires (3N).

Pour l'indice 4 il manque une case avec 1 gommette noire (1N).

On complète alors les cases blanches par le nombre qui manque dans les deux dernières lignes et dans les deux dernières colonnes.

La solution est donc :

	3	5	1	
3	●	●	○	○
4	○	○	●	●
2	○	●	●	○

Énigme 5- Pairs et impairs.

Dans 15 mars 2025 on a déjà 3 chiffres pairs et 3 chiffres impairs. On ajoute 2 chiffres.

S'ils sont tous les deux pairs, on obtient 5 chiffres pairs et 3 chiffres impairs. Or 3 et 5 ne sont pas pairs.

S'ils sont tous les deux impairs, on obtient 3 chiffres pairs et 5 chiffres impairs. On a bien 3 et 5 impairs.

Si l'un est impair et l'autre pair, on obtient 4 chiffres pairs et 4 chiffres impairs. Or 4 n'est pas impair.

La solution est donc : **3 chiffres pairs et 5 chiffres impairs.**

Énigme 6- LA SI DO.

Il y a 4 notes contenant les 3 notes LA, SI et DO. Par conséquent une note est répétée 2 fois.

C'est le SI dans l'exemple donné. Cherchons toutes les possibilités avec SI répété deux fois.

LA SI DO SI, DO SI LA SI, SI LA SI DO, SI DO LA SI. Nous avons donc 4 possibilités.

De même, si LA est répété 2 fois, nous avons 4 nouvelles possibilités.

Enfin, si DO est répété 2 fois, nous avons 4 autres possibilités.

Au total $4+4+4=12$.

Il y a **12 groupes possibles.**

Énigme 7- Soustraction glissante.

DAME
-EDAM
=2025

$E-M=5$ ou $(10+E)-M=5$. Dans les deux cas il y a 5 d'écart entre E et M.

Si il n'y a pas de retenue dans la 3^e colonne alors $A-D=0$ donc $A=D$ ce qui n'est pas possible.

Il y a donc une retenue et $A-(D+1)=0$ ou $(10+A)-(D+1)=0$.

Dans le premier cas $A=D+1$ (A est le successeur de D) et dans le deuxième $A=0$ et $D=9$ ce qui n'est pas possible. Donc $D-E=2$. Il y a 2 d'écart entre D et E, D étant le plus grand.

Dans la 3^e colonne $(10+M)-A=2$ ou $(10+M)-(A+1)=2$.

Si $E=1$, $M=6$, $D=3$ et $A=4$ mais il n'y a pas de retenue en 3^e colonne.

Si $E=2$, $M=7$, $D=4$ et $A=5$ mais il n'y a pas de retenue en 3^e colonne.

Si $E=3$, $M=8$, $D=5$ et $A=6$ mais il n'y a pas de retenue en 3^e colonne.

Si $E=4$, $M=9$, $D=6$ et $A=7$ mais il n'y a pas de retenue en 3^e colonne.

Si $E=5$, $M=0$ ce qui n'est pas possible.

Si $E=6$, $M=1$, $D=8$ et $A=9$.

On vérifie :

8916
-6891
=2025.

Donc **DAME=8916**.

Remarque : pour les plus habitués au calcul littéral : $DAM \times 10 + E - (1000 \times E + DAM) = 2025$ d'où on déduit que $DAM - EEE = 225$, ce qui simplifie la recherche. En effet $225 + EEE = DAM$. Si $E < 5$ alors il n'y a pas de retenue et $D=A$. Si $E=5$ alors $M=0$ ce qui est interdit. Si $E=6$ alors $225 + 666 = 891$ d'où la solution 8916. Si $E=7$ alors $225 + 777 = 1002$ ce qui est trop grand.

Énigme 8- Les neuf pions.

Le total de tous les pions fait $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$. $45-25=20$.

Le total des trois ou quatre pièces enlevées doit donc faire 20.

En enlevant 3 pièces, on peut choisir $9+8+3=20$ ou $9+7+4=20$. Cela nous donne 2 dispositions.

En enlevant 4 pièces, on peut choisir $9+8+2+1=20$; $9+7+3+1=20$; $9+6+4+1=20$; $9+6+3+2=20$; $8+7+4+1=20$; $8+7+3+2=20$; $8+6+4+2=20$; $7+6+4+3=20$. Cela nous donne 8 dispositions.

Au total $2+8=10$.

Il y a **10 dispositions** différentes.

Énigme 9- La fraction de Mathilde.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 12}{3 \times 12} = \frac{24}{36} \text{ mais } 24 < 25. \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 13}{3 \times 13} = \frac{26}{39} = \frac{2 \times 14}{3 \times 14} = \frac{28}{42} = \frac{2 \times 15}{3 \times 15} = \frac{30}{45} = \frac{2 \times 16}{3 \times 16} = \frac{32}{48}.$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 17}{3 \times 17} = \frac{34}{51} \text{ mais } 51 > 50.$$

Nous avons donc **4 solutions** : $\frac{26}{39}, \frac{28}{42}, \frac{30}{45}, \frac{32}{48}$.

Énigme 10- Le puzzle circulaire.

Appelons N le nombre d'anneaux, A le nombre de pièces du premier anneau ($A > 4$) et R la différence du nombre de pièces entre deux anneaux consécutifs ($R > 2$).

$$1 + A + (A + R) = 25 \text{ donc } R = 24 - 2 \times A.$$

$$1 + A + (A + R) + (A + 2 \times R) + (A + 3 \times R) + \dots + (A + (N - 1) \times R) = 625.$$

$$\text{Or } 1 + 2 + 3 + \dots + (N - 1) = (N - 1) \times N \div 2.$$

$$\text{En effet } 1 + 2 + 3 + \dots + (N - 1)$$

$$+ (N - 1) + (N - 2) + (N - 3) + \dots + 1$$

$$= N + N + N + \dots + N \text{ (quand on additionne terme à terme les deux lignes)}$$

$$= (N - 1) \times N$$

$$\text{On obtient : } 1 + N \times A + (N - 1) \times N \times R \div 2 = 625. \text{ Donc } N \times (A + (N - 1) \times (12 - A)) = 624.$$

Prenons les valeurs de A comprises entre 5 et 10 (car $24 - 2 \times A > 2$).

Pour $A = 5$ on a $624 = N \times (5 + (N - 1) \times 7)$ d'où $624 = N \times (7 \times N - 2)$. Or $624 = 7 \times 89 + 1$ donc N est entre 9 (car $9 \times 9 = 81$) et 10 (car $10 \times 10 = 100$) qui ne sont pas des diviseurs de 624.

Pour $A = 6$ on a $624 = N \times (6 + (N - 1) \times 6)$ d'où $624 = N \times (6 \times N)$ et $104 = N \times N$. Impossible.

Pour $A = 7$ on a $624 = N \times (7 + (N - 1) \times 5)$ d'où $624 = N \times (5 \times N + 2)$. Or $624 = 5 \times 124 + 4$ donc N est entre 10 (car $10 \times 10 = 100$) et 12 (car $12 \times 12 = 144$). Parmi ces nombres seul 12 est un diviseur de 624 mais $12 \times (5 \times 12 + 2) = 12 \times 62 = 744 \neq 624$.

Pour $A = 8$ on a $624 = N \times (8 + (N - 1) \times 4)$ d'où $624 = N \times (4 \times N + 4)$. Or $624 = 4 \times 156$ et $156 = N \times (N + 1)$ donc N est entre 12 (car $12 \times 12 = 144$) et 13 (car $13 \times 13 = 169$). Or $12 \times 13 = 156$. Nous avons une solution avec $N = 12$.

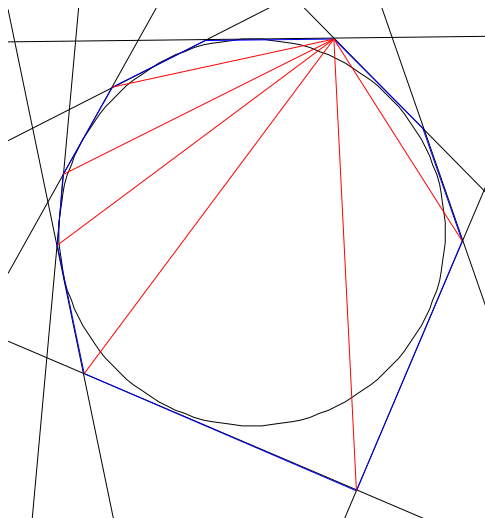
Pour $A = 9$ on a $624 = N \times (9 + (N - 1) \times 3)$ d'où $624 = N \times (3 \times N + 6)$. Or $624 = 3 \times 208$ et $208 = N \times (N + 2)$ donc N est entre 14 (car $14 \times 14 = 196$) et 15 (car $15 \times 15 = 225$) qui ne sont pas des diviseurs de 624.

Pour $A = 10$ on a $624 = N \times (10 + (N - 1) \times 2)$ d'où $624 = N \times (2 \times N + 8)$. Or $624 = 2 \times 312$ et $312 = N \times (N + 4)$ donc N est entre 16 (car $16 \times 16 = 256$) et 18 (car $18 \times 18 = 324$). Pour $N = 16$, $16 \times 20 = 320 \neq 312$.

Au final nous avons **1 solution** : il y a **12 anneaux**.

Énigme 11- Un moyen de moyenner.

La somme des angles d'un triangle fait 180° . Sur notre polygone à 9 côtés, traçons les diagonales issues d'un même sommet, on obtient alors 7 triangles.



La somme de tous les angles de ce polygone fait donc 7×180 . Il faut diviser par 9 pour en avoir la moyenne. Or $180 \div 9 = 20$ et $7 \times 20 = 140$.

La moyenne est donc de **140°** .

Énigme 12- Carrés et trapèzes.

Pour avoir 2 trapèzes de même aire il faut et il suffit que la droite menée par M passe par le centre du carré. Par symétrie on a $BE=DF$ et $EC=AF=74-BE$.

Dans les triangles MAF et MBE, comme $(BE) \parallel (AF)$ on peut appliquer le théorème de

Thalès : $\frac{BE}{AF} = \frac{MB}{MA} = \frac{13}{13+74} = \frac{13}{87}$.

Utilisons le produit en croix :

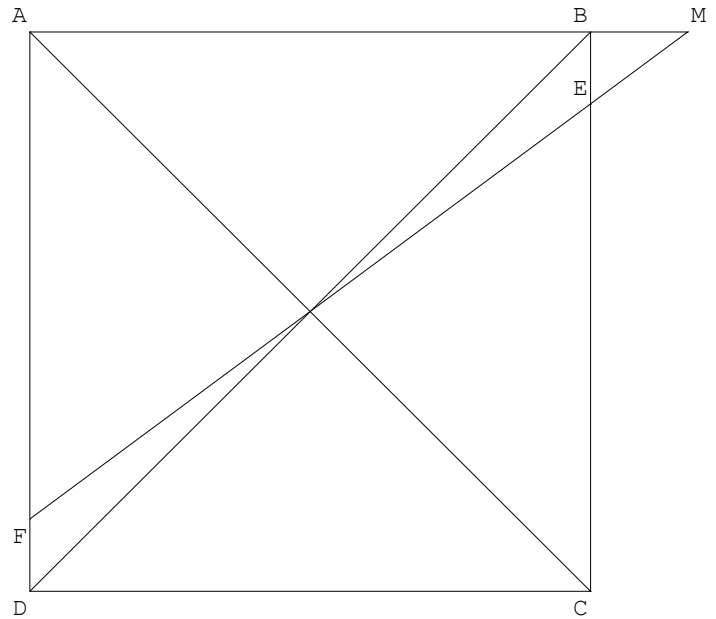
$$87 \times BE = 13(74 - BE)$$

$$87 \times BE = 962 - 13 \times BE$$

$$100 \times BE = 962$$

$$BE = 9,62.$$

La solution est **9,62 cm**.



Énigme 13- Drôle de somme de carrés.

$$A^2 + B^2 = 100A + B \text{ donc } B^2 - B = 100A - A^2 \text{ et } B(B-1) = A(100-A).$$

Entre B et B-1, l'un des nombres est pair donc leur produit est pair. 100A est pair donc A^2 doit être pair.

Par conséquent A est pair.

Regardons le chiffre des unités pour un carré :

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A ²	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

Comme A est pair, A^2 se termine par 0 ou 4 ou 6.

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B ²	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1
A ² +B ² avec A ² qui finit par 0	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1
A ² +B ² avec A ² qui finit par 4	4	5	8	3	0	9	0	3	8	5
A ² +B ² avec A ² qui finit par 6	6	7	0	5	2	1	2	5	0	7

$A^2 + B^2$ doit se terminer comme B. En vert apparaissent les valeurs possibles.

Si A^2 se termine par 0, A aussi. Testons les valeurs possibles :

$$10 \times 90 = 900 = 30 \times 30. \quad 20 \times 80 = 1600 = 40 \times 40. \quad 30 \times 70 = 2100 = 42 \times 50. \quad 40 \times 60 = 2400 = 48 \times 50.$$

$$50 \times 50 = 2500 = 50 \times 50. \text{ Dans aucun des cas on obtient un nombre multiplié par son successeur.}$$

Donc A^2 finit par 4 donc A finit par 2 ou 8, et B finit par 3 ou 8.

Or en remplaçant A par $100-A$, on obtient la même égalité $B(B-1) = (100-A)A$.

Ainsi si on trouve une solution pour A finissant par 2, on trouve une solution $(100-A)$ finissant par 8.

On ne va donc chercher une solution A finissant par 2.

Si B finit par 3 alors $A = 'C2' = 10C + 2$ et $B = 'D3' = 10D + 3$. Comme $A^2 + B^2 - 100A - B = 0$ donc, en développant, il vient $100(C^2 + D^2 - 10C - 2) + 10(4C + 5D + 1) = 0$. Cela signifie que $4C + 5D + 1$ est dans la table de 10 et que $4C + 1$ est dans la table de 5. Donc C=1 ou C=6. A=12 ou A=62.

$$\text{Si } A=12, \quad 100-A=88 \text{ et } 12 \times 88 = 4 \times 3 \times 8 \times 11 = 32 \times 33. \text{ Donc } B=33.$$

Cela nous donne deux solutions 1233 et 8833.

Si $A=62, \quad 100-A=38$ et $62 \times 38 = 2 \times 31 \times 2 \times 19$. On ne peut obtenir un nombre multiplié par son successeur.

Il y a **2 solutions** : **1233 et 8833**.

Énigme 14- Carré de carrés.

Regardons le chiffre des unités pour un carré :

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A ²	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

Un carré ne peut pas se terminer par 2,3,7 ou 8.

Remarques : si un nombre se termine par 0, par exemple A0, on obtient son carré en faisant le carré de A et on complète par 00 ; si un nombre se termine par 5, par exemple A5, on obtient son carré en faisant $A \times (A+1)$ et on complète par 25.

A	10	20	30	40	50	60	70	80	90
A ²	100	400	900	1600	2500	3600	4900	6400	8100

A	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
A ²	25	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025

Cherchons les nombres possibles pour la dernière ligne ou la dernière colonne, le 2^e chiffre étant 5. Parmi 1500, on sait que $40^2=1600$. Testons $39^2=1521$. On ne le retient pas car il contient un 2 (terminaison impossible).

Parmi 4500, c'est entre 65 et 70. $67^2=4489$ et $68^2=4624$. Il n'y a pas de réponse.

Parmi 5500, c'est entre 70 et 75. $74^2=5476$ et $75^2=5625$. Il n'y a pas de réponse.

Parmi 6500, c'est entre 80 et 85. $81^2=6561$, cela convient.

Parmi 9500, c'est entre 95 et 99. $97^2=9409$ et $98^2=9604$. Il n'y a pas de réponse.

On complète le tableau :

	2		6
2	0	2	5
	2		6
6	5	6	1

On cherche désormais un carré finissant par 6 (donc le chiffre des unités de sa racine carrée est 4 ou 6), et dont le 2^e chiffre est 2.

Parmi 1200, on est dans la trentaine, $34^2=1156$ et $36^2=1296$, ce dernier convient.

Parmi 2200, on est entre 45 et 50, $46^2=2116$. Il n'y a pas de réponse.

Parmi 3200, on est entre 55 et 60, $56^2=3136$. Il n'y a pas de réponse.

Parmi 4200, $65^2=4225$ donc 64^2 est trop petit et 66^2 est trop grand. Il n'y a pas de réponse.

Parmi 5200, on est entre 70 et 75, $74^2=5476$. Il n'y a pas de réponse.

Parmi 6200, on est entre 75 et 80, $76^2=5776$. Il n'y a pas de réponse.

Parmi 7200, $85^2=7225$ donc 84^2 est trop petit et 86^2 est trop grand.

Parmi 8200, on est entre 90 et 95, $94^2=8836$. Il n'y a pas de réponse.

Parmi 9200, on est entre 95 et 99, $96^2=9216$. Ce nombre convient.

Nous avons donc deux façons de remplir ce tableau :

1	2	9	6
2	0	2	5
9	2	1	6
6	5	6	1

9	2	1	6
2	0	2	5
1	2	9	6
6	5	6	1

Il y a **2 solutions** : le nombre est **1296** ou **9216**.

Énigme 15- Surpassez-vous !

Appelons A et B les deux nombres. $A=31+5B$ et $AB=2249+A+B$.

donc $B(31+5B)=2249+31+5B+B$.

En développant il vient $5B^2+25B-2280=0$ et, en divisant par 5, $B^2+5B-456=0$.

$\Delta=5^2+4\times 456=1849=43^2$.

Donc $B=\frac{-5\pm 43}{2}$. Comme B est positif $B=38\div 2=19$. $A=31+5\times 19=126$.

Il y a **1 solution** : **A=126 et B=19**.

Énigme 16- Les propriétés de mon triangle.

Si on pose $x=BA$ alors $AC=x+r$ et $BC=x+2r$.

$x(x+2r)^2=(x+r)^3+11r^3$. En développant il vient $x^2r+xr^2-12r^3=0$ et, en divisant par r , on a $x^2+xr-12r^2=0$.

$\Delta=r^2+4\times 12r^2=49r^2=(7r)^2$. Donc $x=\frac{-r\pm 7r}{2}$. Comme x est positif alors $x=6r\div 2=3r$. Donc $BA=3r$;

$AC=4r$ et $BC=5r$. $5^2=3^2+4^2$ donc ABC est un triangle rectangle en A.

Son aire est donc $3r\times 4r\div 2=6r^2=600$. $r^2=100$, $r=10$ et $BC=5r=50$.

Il y a **1 solution** : **BC=50 cm**.

Énigme 17- Les boîtes à nombres.

Étudions la suite des numéros de boîtes concernées. Prenons un « n » et calculons le numéro de la boîte suivante : $n+s(n)$.

Si on part de 1, on a $1+1=2$; $2+2=4$; $4+4=8$; $8+8=16$; $16+7=23$; $23+5=28$; etc.

Chaque boîte, à partir de la 3^e contient un nombre somme des deux nombres des deux boîtes précédentes, c'est une suite de Fibonacci.

Cherchons à déterminer quand $m+s(m)=n+s(n)$ avec $m \neq n$.

Avec un nombre à 1 chiffre : $A+s(A)=2A$. Ils sont tous différents

Avec un nombre à 2 chiffres : $AB+s(AB)=11A+2B$.

Peut-on avoir $11A+2B=2C$? Comme $C < 10$ alors $11A+2B < 20$ et donc $A=1$, mais alors $11+2B$ est impair et $2C$ est pair, il ne peut pas y avoir égalité.

Peut-on avoir $11A+2B=11C+2D$? On a $11(A-C)=2(D-B)$ donc 11 divise $(D-B)$.

Or $D-B$ est compris entre -9 et 9 cela ne peut être que 0 d'où $D=B$ et $A=C$.

Avec un nombre à 3 chiffres : $ABC+s(ABC)=101A+11B+2C$.

Peut-on avoir $101A+11B+2C=101D+11E+2F$?

On a $101(A-D)+11(B-E)+2(C-F)=0$

Par exemple on peut prendre $A-D=1$, $B-E=-9$ et $C-F=-1$ et on a $101-99-2=0$.

Il faut donc déterminer les suites de numéros de boîtes jusqu'à arriver à des nombres à 3 chiffres.

Les boîtes qui nous intéressent sont 1 et 2 qui contiennent des nombres strictement positifs, la boîte 7 qui contient 13 et la boîte 64 dont on cherche le contenu :

1	2	4	8	16	23	28	38	49	62	70	77	91	101	103	107	115
7	14	19	29	40	44	52	59	73	83	94	107	115				
64	74	85	98	115												

On finit par aboutir sur les mêmes numéros, ce qui signifie qu'elles contiennent les mêmes nombres.

En effet, par soustraction, on obtient les nombres de droite vers la gauche. Alignons ces boîtes :

1	2	4	8	16	23	28	38	49	62	70	77	91	101	103	107	115
				7	14	19	29	40	44	52	59	73	83	94	107	115
												64	74	85	98	115

Ainsi la boîte 16 contient aussi le nombre 13, et on cherche le contenu de la boîte 91.

Cherchons des petits nombres pour les boîtes 1 et 2 : mettons 1 dans chacune. On obtient alors la suite :

1	1	2	3	5	8	13
---	---	---	---	---	---	----

La suite $2/3/5/8/13$ nous donne une solution.

Mettons 9 à la place de 8 et calculons les précédents :

-1	5	4	9	13
----	---	---	---	----

Cela ne fonctionne pas car -1 est négatif.

Mettons 7 à la place de 8 et calculons les précédents :

5	1	6	7	13
---	---	---	---	----

Cela nous donne une autre solution.

Mettons 6 à la place de 8 et calculons les précédents :

8	-1	7	6	13
---	----	---	---	----

Cela ne fonctionne pas car -1 est négatif.

Calculons le contenu de la boîte 91 :

1	2	4	8	16	23	28	38	49	62	70	77	91	101	103	107	115
2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610				
5	1	6	7	13	20	33	53	86	139	225	364	589				

On a **2 solutions** : **589 et 610**.

Énigme 18- Triangles de Brahmagupta.

Appelons « a » la longueur intermédiaire. (a-1) et (a+1) sont les autres longueurs. Le périmètre est donc $P=a-1+a+a+1=3a$. Comme $P<2025$ alors $a<675$.

Appelons p le demi-périmètre et A l'aire pour utiliser la formule de Héron. $p=\frac{3a}{2}$

$$\text{On a } A^2=p(p-a+1)(p-a)(p-a-1)=\frac{3a}{2}\left(\frac{a+2}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a-2}{2}\right)=\frac{3a^2(a+2)(a-2)}{16}.$$

Si a est impair alors $3a^2(a+2)(a-2)$ l'est aussi ce qui n'est pas possible si on veut que l'aire soit entière. Donc $a=2b$. Comme $a<675$ alors $b<338$.

$A^2=3b^2(b+1)(b-1)$. Donc 3 divise (b+1) ou 3 divise (b-1).

Dans le premier cas $b+1=3c$, $b=3c-1$ et $b-1=3c-2$. Comme $b<338$ alors $c<113$.

$A^2=3^2(3c-1)^2 \times c(3c-2)$. Cherchons si c et (3c-2) peuvent avoir un diviseur commun.

Si d divise c et (3c-2) alors d divise 3c et donc aussi 2. Donc $d=1$ ou $d=2$.

Si c et (3c-2) sont premiers entre eux alors $c=k^2$ et $3c-2=h^2$. c n'est pas pair sinon 3c-2 le serait aussi. Cherchons k parmi les nombres impairs.

Si $k=1$ alors $c=1$, $3c-2=1$, $b=2$, $a=4$, $(a-1)=3$ et $(a+1)=5$. C'est l'exemple donné.

Si $k=3$ alors $c=9$, $3c-2=25=5^2$, $b=26$, $a=52$, et **P=156**.

Si $k=5$ alors $c=25$, $3c-2=73$ impossible.

Si $k=7$ alors $c=49$, $3c-2=145$ impossible.

Si $k=9$ alors $c=81$, $3c-2=241$ impossible.

Si $k=11$ alors $c=121>113$.

Si $d=2$ alors $c=2m$ et $3c-2=6m-2=2(3m-1)$. Comme $c<113$ alors $m<57$.

Si $m=1^2=1$ alors $3m-1=2$ impossible.

Si $m=2^2=4$ alors $3m-1=11$ impossible.

Si $m=3^2=9$ alors $3m-1=26$ impossible.

Si $m=4^2=16$ alors $3m-1=47$ impossible.

Si $m=5^2=25$ alors $3m-1=74$ impossible.

Si $m=6^2=36$ alors $3m-1=107$ impossible.

Si $m=7^2=49$ alors $3m-1=146$ impossible.

Si $m=8^2=64>57$.

Dans le deuxième cas $b-1=3c$, $b=3c+1$ et $b+1=3c+2$. Comme $b<338$ alors $c<113$.

$A^2=3^2(3c+1)^2 \times c(3c+2)$. Cherchons si c et (3c+2) peuvent avoir un diviseur commun.

Si d divise c et (3c+2) alors d divise 2. Donc $d=1$ ou $d=2$.

Si c et (3c+2) sont premiers entre eux alors $c=k^2$ et $3c+2=h^2$. c n'est pas pair sinon 3c+2 le serait aussi. Cherchons k parmi les nombres impairs.

Si $k=1$ alors $c=1$, $3c+2=5$ impossible.

Si $k=3$ alors $c=9$, $3c+2=29$ impossible.

Si $k=5$ alors $c=25$, $3c+2=77$ impossible.

Si $k=7$ alors $c=49$, $3c+2=149$ impossible.

Si $k=9$ alors $c=81$, $3c+2=245$ impossible.

Si $d=2$ alors $c=2m$ et $3c+2=6m+2=2(3m+1)$. Comme $c<113$ alors $m<57$.

Si $m=1^2=1$ alors $3m+1=4=2^2$. $c=2$, $b=7$, $a=14$ et **P=42**.

Si $m=2^2=4$ alors $3m+1=13$ impossible.

Si $m=3^2=9$ alors $3m+1=28$ impossible.

Si $m=4^2=16$ alors $3m+1=49=7^2$. $c=32$, $b=97$, $a=194$ et **P=582**.

Si $m=5^2=25$ alors $3m+1=76$ impossible.

Si $m=6^2=36$ alors $3m+1=109$ impossible.

Si $m=7^2=49$ alors $3m+1=148$ impossible.

Il y a **3 solutions** : **42, 156 et 582**.