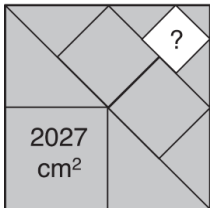
41e CHAMPIONNAT DES JEUX MATHEMATIQUES ET LOGIQUES
quarts de finale scolaires : catégories L1-L2

Pour les problèmes qui suivent, on rappelle que
π ≈ 3,1416 ; √2 ≈ 1,414 ; √3 ≈ 1,732.

1. PLUS 1 OU FOIS 3

Sur votre calculatrice vous ne disposez que de deux opérations : ajouter 1 ou multiplier par 3.
L'écran affiche 0.
En combien d'opérations, au minimum, pouvez-vous atteindre 2027 ?

2. LE PETIT CARRÉ

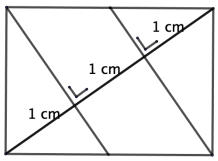


Dans un grand carré, il y a quatre autres carrés. L'aire de l'un de ces carrés est indiquée.
Quelle est celle du petit carré blanc ?
On donnera la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

3. LES DEUX ENTIERS

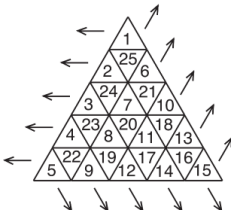
Les nombres *x* et *y* sont deux entiers strictement positifs tels que
$x < y < 100$.
Que vaut *x* + *y* s'ils vérifient l'égalité *x* + *y* + *xy* = 2027 ?

4. LE RECTANGLE



Une diagonale de ce rectangle est partagée en trois segments de longueurs égales chacune à 1 cm par deux perpendiculaires issues de sommets opposés.
Quelle est l'aire du rectangle ?
On donnera la réponse en cm², arrondie au centième.

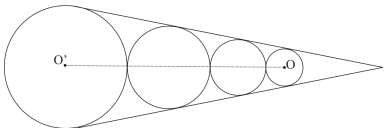
5. LES ANNEAUX



Sur chaque case du tapis triangulaire représenté sur la figure, sont posées des pièces d'or dont le nombre est indiqué.
Mathias dispose d'anneaux et il peut en déposer autant qu'il le veut sur le tapis, chaque anneau étant posé sur une seule case, à condition que deux anneaux ne soient jamais situés dans une même rangée (les directions des rangées sont indiquées par des flèches). Il empochera alors toutes les pièces des cases où il a posé ses anneaux.
Combien Mathias peut-il gagner de pièces d'or, au maximum ?

6. QUATRE CERCLES

Quatre cercles sont tangents entre eux et tangents aux côtés d'un même angle.



On sait que le plus petit des quatre cercles a un rayon égal à 4 cm et que le plus grand a un rayon égal à 13,5 cm.
Donnez la distance OO', éventuellement arrondie au dixième.

7. CRYPTARITHME

7 × ZERO + UN + UN = DEUX
Dans cette égalité, une lettre représente toujours le même chiffre et deux lettres différentes représentent toujours deux chiffres différents.
Le premier chiffre d'un nombre à plusieurs chiffres n'est jamais un 0. De plus, aucune lettre ne remplace un 7.
Quelle est la valeur de DEUX ?

8. MAMAN LES PETITS BATEAUX

Une voile de petit bateau a la forme d'un triangle rectangle dont les trois côtés ont pour longueurs des nombres entiers de centimètres. Sa plus grande longueur mesure 65 cm et il n'a aucun angle aigu mesurant moins de 30°.
Quelle est la longueur de son plus petit côté ?

9. MULTIPLES INTERDITS

Combien peut-on prendre, au maximum, de nombres entiers positifs consécutifs sans qu'aucun d'entre eux n'ait une somme de ses chiffres qui soit un multiple de 11 ?

10. LA FRACTION DU SCRIBE

Un scribe égyptien doit écrire la fraction 3/5 comme somme de fractions de numérateurs tous égaux à 1 et de dénominateurs tous différents. Mais ce scribe n'aime que les puissances de 2, alors il commence à écrire :
1/2 + 1/16 + 1/32 + … en ajoutant à chaque fois la fraction de type $1/2^n$ la plus grande possible sans dépasser 3/5. Après avoir écrit 11 de ces fractions, le dénominateur obtenu est si grand que le scribe n'en peut plus et s'arrête.

Quel était ce onzième dénominateur ?