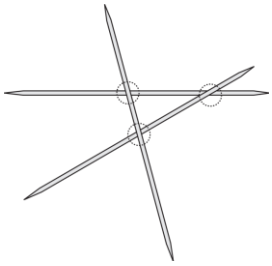
FSJM – Viertelfinale individuell – 2027

Informationen auf http://fsjm.ch/

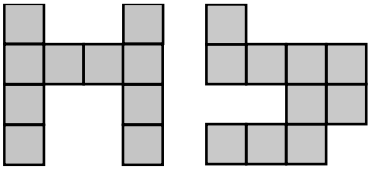
ANFANG ALLER KATEGORIEN

1. Mikado (Koeffizient 1)
Mathilde und Matthias spielen auf dem Sofa im Wohnzimmer Mikado. Zwei Stäbchen dürfen nie so platziert werden, dass sie sich der Länge nach berühren.
Mit 3 Stäbchen hat man höchstens drei Berührungspunkte zwischen den Stäbchen.



Wie viele wären es höchstens mit 4 Stäbchen?

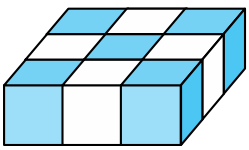
2. Die 10 Quadrate (Koeffizient 2)



Wie viele Quadrate muss man in der rechten Figur mindestens verschieben, um eine Figur zu erhalten, die mit der linken identisch ist?

3. 2027 (Koeffizient 3)
Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen kann man bilden, wenn man jede der Ziffern der Zahl 2027 genau einmal verwendet?
Keine Zahl darf mit 0 beginnen. Die Zahl 2027 wird zu den Lösungen gezählt.

4. Mathildes Turm (Koeffizient 4)



Mathilde hat eine grosse Anzahl weisser und blauer Würfel.
Sie hat eine Grundschicht aus 9 Würfeln (4 weisse und 5 blaue) gebaut, die wie in der Abbildung angeordnet sind.
Anschliessend fügt sie dieser Grundschicht 8 Stockwerke hinzu, sodass insgesamt 9 Ebenen entstehen.
Alle Stockwerke haben dieselbe Form wie die Grundschicht und es gilt folgende Regel: Jeder Würfel (blau oder weiss), der zum Bauwerk hinzugefügt wird, muss auf einen Würfel einer anderen Farbe gelegt werden.
Wie viele blaue Würfel hat sie insgesamt verwendet, die Würfel der Grundschicht mitgezählt?

5. Eichen und Fichten (Koeffizient 5)
Am Rand des Spielplatzes wachsen Bäume in einem Kreis: 3 Eichen und einige Fichten. Das hat Bertram gezeichnet:



Aber er konnte seine Zeichnung nicht beenden, weil er eine freie Schaukel auf dem Spielplatz entdeckte und zu ihr gerannt ist.
Dann kam Alice und begann ebenfalls, Bäume zu zeichnen. Sie hat Folgendes gezeichnet:



Alice hat ihre Zeichnung nicht beendet, weil ihre Freundinnen sie zum Fussballspielen gerufen haben.
Dann kam Corinne und machte eine Zeichnung für ihre Mutter, wie diese hier:



Auch sie hat sie nicht beendet, weil es Zeit zum Mittagessen war.

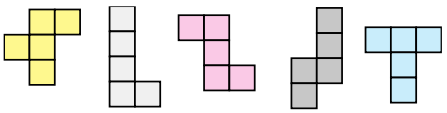
Wie viele Fichten wachsen rund um den Spielplatz, wenn man annimmt, dass alle drei Zeichnungen stimmen?

ENDE DER KATEGORIE CE

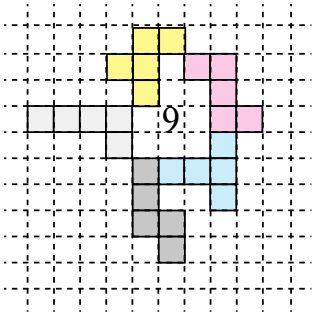
6. Der Sack mit Murmeln
(Koeffizient 6)
Nach einem Murmelspiel zwischen Mathilde und Bernardo zieht Mathilde, die gewonnen hat, zufällig eine Murmel nach der anderen aus Bernardos Sack und hört erst auf, wenn sie mindestens eine Murmel jeder Farbe hat.
Bernardos Sack, der undurchsichtig ist, enthält 36 Murmeln, nämlich 6 in jeder der Farben: Blau, Weiss, Rot, Grün, Schwarz, Gelb.
Wie viele Murmeln wird Bernardo höchstens verlieren?

7. Das Sparschwein von Matthias
(Koeffizient 7)
In seinem Sparschwein hat Matthias 5 Münzen zu 2 Franken, 8 Münzen zu 1 Franken und 4 Münzen zu 50 Rappen. Mit seinem Geld kauft er eine Spielezeitschrift, die 8,50 Franken kostet.
Auf wie viele verschiedene Arten kann er diese Zeitschrift mit Münzen aus seinem Sparschwein bezahlen?

8. Das Gehege (Koeffizient 8)



Mit diesen fünf Teilen kann man ein Gehege bilden, indem man sie auf ein Gitter legt (jedes Quadrat eines Teils muss auf einem Quadrat des Gitters liegen).
Im folgenden Beispiel hat das Innere des Geheges eine Fläche von 9 kleinen Kästchen.

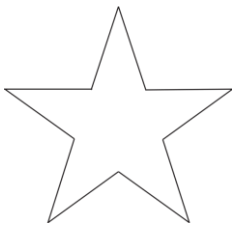


Aber man kann viel mehr erreichen!
Wie gross ist die grösste Fläche, in kleinen Kästchen, die man mit diesen fünf Teilen umschliessen kann?

ENDE DER KATEGORIE CM

Aufgaben 9 bis 18: Achtung! Um eine Aufgabe vollständig zu lösen, muss die Anzahl möglicher Lösungen angegeben werden. Falls es genau eine Lösung gibt, gebe diese Lösung an. Falls es mehrere Lösungen gibt, gebe beliebige zwei korrekte Lösungen an. Bei Aufgaben, die mehrere Lösungen haben könnten, ist Platz für zwei Lösungen vorgesehen, selbst dann, wenn es nur eine gibt.

9. Die Zerlegung eines Sterns
(Koeffizient 9)
Ein stumpfwinkliges Dreieck ist ein Dreieck mit einem stumpfen Winkel, das heisst einem Winkel, der grösser als ein rechter Winkel ist.
Mathilde hat diesen fünfzackigen Stern vollständig in eine gewisse Anzahl von Dreiecken zerschnitten, von denen keines stumpfwinklig ist.

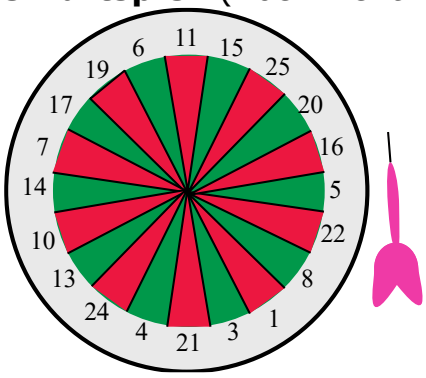


Wie viele Dreiecke umfasst Mathildes Zerlegung mindestens?

10. Das Kryptogramm des Jahres
(Koeffizient 10)
2027 + AVEC = JOIE
In dieser Rechnung steht derselbe Buchstabe immer für dieselbe Ziffer, und dieselbe Ziffer wird immer durch

denselben Buchstaben ersetzt. Ausserdem weiss man, dass JOIE ein Vielfaches von 9 ist.
Welchen Wert hat JOIE?

11. Das Dartspiel (Koeffizient 11)



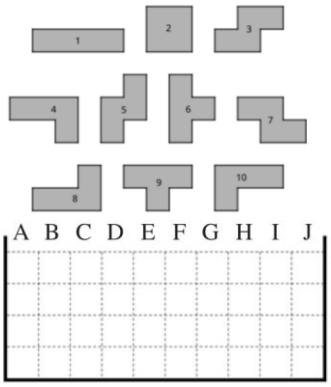
Bei diesem besonderen Dartspiel muss man mit 3 Pfeilen insgesamt 30 erreichen, indem man die Werte der Sektoren addiert, in denen die Pfeile stecken.
• Zwei Pfeile dürfen weder im selben Sektor noch in zwei benachbarten Sektoren stecken.
• Die 3 Pfeile dürfen nicht alle in Sektoren derselben Farbe stecken.
Der erste Pfeil zählt 8.
Gib die Werte der Sektoren der beiden letzten Pfeile in aufsteigender Reihenfolge an.

ENDE DER KATEGORIE C1

Für die folgenden Aufgaben gilt:
π ≈ 3,1416 ;
√2 ≈ 1,414 ; √3 ≈ 1,732.

12. abc (Koeffizient 12)
Die sechsstellige ganze Zahl der Form *abcabc* ist ein Vielfaches von 7 und von 11, unabhängig von den Werten von *a, b* und *c*.
Finde eine ganze Zahl *abc* mit 3 verschiedenen Ziffern ungleich null, sodass die Zahl *abc* eine Quadratzahl ist und dass *abccba* ebenfalls ein Vielfaches von 7 und von 11 ist.

13. Tetris (Koeffizient 13)
Man möchte die 10 Tetris-Teile in diesen Behälter legen. Die Teile werden nacheinander in der Reihenfolge ihrer Nummern von 1 bis 10 hineingelegt, ohne sie zu drehen oder umzudrehen.

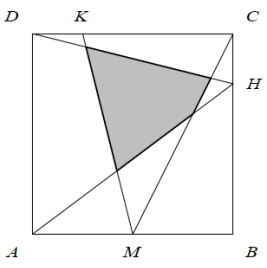


Jedes neue Teil muss vollständig auf dem Boden des Behälters oder auf bereits gelegten Teilen aufliegen, ohne je ein Loch zu lassen. Am Ende ist der Behälter vollständig gefüllt, und kein Teil ragt heraus.
In welchen Spalten befinden sich die am weitesten rechts liegenden kleinen Quadrate der Teile Nummer 1 und 10?

14. Am Meer (Koeffizient 14)
Mathilde fährt Kajak entlang der Küste, die Mathhaven mit Bad Thales verbindet, über das kleine Dorf Parallaxe, das zwischen den beiden Städten liegt.
Die Küste ist vollkommen geradlinig und verläuft parallel zum Fussweg, der den Strand säumt, und zur grossen Strasse, die etwas weiter entfernt vorbeiführt.
Zu einem bestimmten Zeitpunkt passiert Mathilde ein Schild am Rand des Fusswegs, das «*Parallaxe 12,3 km*» anzeigt, und sieht, dass sich unmittelbar dahinter ein Schild am Strassenrand versteckt, das «*Bad Thales 37,5 km*» anzeigt.
Aber als sie im gleichen Moment nach vorne schaut, sieht sie etwas weiter vorne ein Schild am Rand des Fusswegs, das «*Parallaxe 12 km*» anzeigt, und hinter diesem Schild, in derselben Blickrichtung, ein Schild am Strassenrand, das «*Bad Thales 37 km*» anzeigt.
Sie fährt geradeaus weiter, immer parallel zur Küste. Etwas später erblickt sie ein Schild «*Parallaxe 5,2 km*» am Rand des Fusswegs und direkt dahinter ein Schild «*Bad Thales 30 km*» am Strassenrand.
Welche Strecke hat sie zwischen diesen beiden Zeitpunkten zurückgelegt?

ENDE DER KATEGORIE C2

15. Die Dreiecke im Quadrat (Koeffizient 15)
Das Quadrat ABCD der Abbildung enthält die beiden Dreiecke AHD und KMC. Man weiss, dass M der Mittelpunkt der Seite AB ist, CH = 1/3 BH und DK = 1/3 CK.

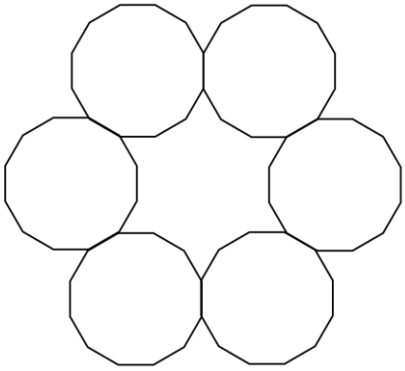


Wie gross ist das Verhältnis zwischen der Fläche des grauen Vierecks und der des Quadrats ABCD?
Gib die Antwort als vollständig gekürzten Bruch der Form *a/b* an.

16. Die Siedler von Mathane (Koeffizient 16)
Die Einwohner von Mathville lieben Gesellschaftsspiele. Dieses Jahr haben sie beschlossen, ein Turnier der Meister von «Die Siedler von Mathane» zu veranstalten. Die Regeln schreiben drei Spieler pro Partie vor. 2027 Personen haben sich angemeldet. Diese Zahl erlaubt es nicht, dass jeder Teilnehmer unter Beachtung der Regeln (drei Spieler pro Partie) genau eine Partie gegen jeden anderen Spieler spielt.
Wie viele zusätzliche Spieler sind mindestens nötig, damit jeder Teilnehmer genau eine Partie gegen jeden anderen Teilnehmer des Turniers spielen kann?

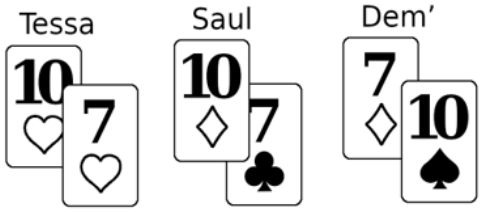
ENDE DER KATEGORIEN L1, GP

17. Der geheimnisvolle Stern (Koeffizient 17)
Sechs regelmässige Zwölfecke mit 1 cm Seitenlänge sind wie in der Abbildung aneinandergefügt: Jedes Zwölfeck teilt eine Seite mit seinen unmittelbaren Nachbarn.



Wie gross ist die Fläche (in cm^2 auf Zehntel gerundet) des sternförmigen Gebiets, das von den 6 Zwölfecken begrenzt wird?

18. Tessa, Saul, Dem' (Koeffizient 18)
Demian spielt Poker mit Tessa und Saul. Das Spiel besteht aus 52 Karten, aufgeteilt in 13 Werte und 4 Farben (Pik, Herz, Karo und Kreuz). Jeder Spieler erhält zunächst zufällig zwei dieser 52 Karten, und man kann bereits abschätzen, ob ein Spieler gegenüber einem anderen im Vorteil ist.
Damit die Karten von zwei oder mehr Spielern als gleichwertig gelten, das heisst, dass keiner der Spieler gegenüber einem anderen im Vorteil ist, ist eine erste notwendige Bedingung, dass ihre beiden Karten dieselben zwei Werte haben, unabhängig von der Farbe.
Es braucht aber noch eine zweite Bedingung: Entweder hat jeder der Spieler zwei Karten derselben Farbe, oder keiner der Spieler hat zwei Karten derselben Farbe.
Im dargestellten Beispiel scheinen alle gleichwertige Karten zu haben, mit einer 10 und einer 7 (erste Bedingung erfüllt). Aber Tessa ist gegenüber Saul und Dem' im Vorteil, weil ihre beiden Karten derselben Farbe angehören (zweite Bedingung nicht erfüllt).



Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass drei Spieler wirklich gleichwertige Karten erhalten? Gib die Antwort als vollständig gekürzten Bruch an.

ENDE DER KATEGORIEN L2, HC